Rozklad výrazů pomocí vytýkání

Na začátku roku jsme se učili rozkládat čísla na prvočísla. V rámci opakování počítání se zlomky jsme si připomněli společného jmenovatele, který je nejmenším společným násobkem všech jmenovatelů zlomků, které chceme sečíst. A naposledy v rámci základních úprav výrazů jsme si připomněli roznásobování závorek. Vytýkání je obrácenou činnosti k roznásobování. Ve všech výrazech najdeme společné části (čísla, neznámé, mocniny neznámých, apod.). Tuto společnou část napíšeme před závorku a do závorky místo původních výrazů/členů uvedeme jejich podíl po dělení společnou částí. Nebude-li „zbývat nic“ (je-li podílem jedna/vytkli-li jsme celý člen) pak v závorce místo něj bude 1.

Příklad 1:

Upravte na součin výraz $4\cdot x^2\cdot y^3-16\cdot x\cdot y^4$

Řešení:

Ve výrazu $4\cdot x^2\cdot y^3-16\cdot x\cdot y^4$ obsahují oba dva členy člen $4\cdot x\cdot y^3$ a ten mohu vytknout:

$4\cdot x\cdot y^3\cdot(x-4\cdot y)$

Příklad 2:

Upravte na součin výraz $45\cdot a^4\cdot b^2+18\cdot a^2\cdot b^3-27\cdot a\cdot b^4$

Řešení:

Ve výrazu $45\cdot a^4\cdot b^2+18\cdot a^2\cdot b^3-27\cdot a\cdot b^4$ je společnou částí člen $9\cdot a\cdot b^2$ a ten mohu vytknout:

$9\cdot a\cdot b^2\cdot(5\cdot a^3+2\cdot a\cdot b-3\cdot b^2)$

Příklad 3:

Upravte na součin výraz $x^2+(a+b)\cdot x+a\cdot b$

Řešení:

Ve výrazu $x^2+(a+b)\cdot x+a\cdot b$ se nedá vytknout nic. Proto ho musíme nejdříve upravit na jiný tvar. To neznamená, že vždycky se dá každý výraz upravit na součin, ale někdy ano. Roznásobíme prostřední člen a dostaneme $x^2+a\cdot x+b\cdot x+a\cdot b$. všechny členy dohromady nemají žádnou společnou část. U prvních tří se vyskytuje *x*, u druhého a třetího *a* a u třetího a čtvrtého *b*. Vytknutím *x* z prvních třech členů si nepomůžeme, protože se čtvrtým členem se nedá nic dělat. Proto zkusíme buď vytknout *a* nebo vytknout ***b*.**

$x^2+a\cdot x+b\cdot x+a\cdot b$
$x^2+b\cdot x+a\cdot x+a\cdot b$
$x\cdot(x+b)+a\cdot(x+b)$
$(x+b)(x+a)$

$x^2+a\cdot x+b\cdot x+a\cdot b$
$x\cdot(x+a)+b\cdot(x+a)$
$(x+a)(x+b)$

Na člen $(x+b)$, resp. $(x+a)$ v prvním, resp. v druhém sloupci můžeme pohlížet jako na jeden člen a celý ho vytknout. Výsledek dostaneme stejný, protože pro násobení výrazů platí také komutativnost.

Příklad 4:

Upravte na součin výraz $(a-b)^3-(b-a)^2$

Řešení:

Členy jsou stejné až na pořadí v rozdílu. Bohužel rozdíl není komutativní, takže *b* s *a* prohodit nemohu. Mohu ale v jednom nebo v druhém členu vytknout -1. Protože umím umocňovat součin ($(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$), mohu upravit dál, dostanu už členy, které se dají vytknout.

$(a-b)^3-(b-a)^2$
$((-1)\cdot(-a+b))^3-(b-a)^2$
$(-1)^3\cdot(b-a)^3-(b-a)^2$
$(b-a)^2\cdot((-1)^3\cdot(a-b)-1)$
$(b-a)^2\cdot(-1\cdot(b-a)-1)$
$(b-a)^2\cdot(-b+a-1)$
$(b-a)^2\cdot(a-b-1)$

$(a-b)^3-(b-a)^2$
$(a-b)^3-((-1)\cdot(-b+a))^2$
$(a-b)^3-(-1)^2\cdot(a-b)^2$
$(a-b)^3-1\cdot(a-b)^2$
$(a-b)^2\cdot(a-b-1)$

Další možností je přeměna mocniny na součin výrazů a postupné vytýkání (-1)

$$(a-b)^3-(a-b)^2$$
$$(a-b)\cdot(a-b)\cdot(a-b)-(b-a)\cdot(b-a)$$
$$(-1)\cdot(-a+b)\cdot(-1)\cdot(-a+b)\cdot(a-b)-(b-a)\cdot(b-a)$$
$$(-1)\cdot(-1)\cdot(b-a)\cdot(b-a)\cdot(a-b)-(b-a)\cdot(b-a)$$
$$(b-a)\cdot(b-a)\cdot((a-b)-1)$$
$$(b-a)^2\cdot(a-b-1)$$