Rozklad pomocí vzorců

Ze základní školy umíme tři vzorce. Nestačí zvládat do nich dosazovat, je třeba je „vidět“ i v obráceném pořadí – z rozloženého vzorce dostat mocninu nebo součin výrazů:

$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2$ 1

$a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2$ 2

$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$ 3

Pod proměnnými a a b si musíme umět představit jakýkoliv matematický výraz a pod jejich mocninami a^2 a b^2 jakýkoliv výraz, který se dá napsat jako druhá mocnina.

Příklad 1:

Tím pádem můžeme $16\cdot x^4-24\cdot x^2\cdot\sqrt{y}+9\cdot y$ vidět jako $(4\cdot x^2)^2+2\cdot(4\cdot x)\cdot(3\cdot\sqrt{y})+(3\cdot\sqrt{y})^2$ a tedy podle vzorce 1 $(4\cdot x^2+3\cdot\sqrt{y})^2$.

Příklad 2:

Obdobně $196\cdot a^2\cdot b^6-56\cdot a\cdot b^3\cdot c^{-5}+4\cdot c^{-10}$ můžeme upravit na $(14\cdot a\cdot b^3)^2-2\cdot(14\cdot a\cdot b^3)\cdot(2\cdot c^{-5})+(2\cdot c^{-5})^2$, což odpovídá vzorci 2: $(14\cdot a\cdot b^3-2\cdot c^{-5})^2$

Příklad 3:

A naposledy $25-4\cdot y^8$ můžeme napsat jako $5^2-(2\cdot y^4)^2$ a použít vztah 3: $(5-2\cdot y^4)\cdot(5+2\cdot y^4)$

Kromě toho jsme se už letos naučili vzorce:

$a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3=(a+b)^3$ 4

$a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3=(a-b)^3$ 5

Příklad 4:

Takže umíme řešit i příklady typu $x^3+6\cdot x^2+12\cdot x+8=(x+2)^3$

Příklad 5:

nebo $27\cdot a^3-54\cdot a^2\cdot b+36\cdot a\cdot b^2-8\cdot b^3=(3\cdot a-2\cdot b)^3$

Příklad 6:

Ale co například: $125\cdot q^6-225\cdot q^4\cdot p+135\cdot q^2\cdot p^2-27\cdot p^3$? Zkusíme-li upravit první člen $(5\cdot q^2)^3$ a poslední $(3\cdot p)^3$, pak můžeme zjistit, zda by vztahu 5 neodpovídal i druhý a třetí člen, tedy $-225\cdot q^4\cdot p=-3\cdot(5\cdot q^2)^2\cdot(3\cdot p)$, což sedí, a $135\cdot q^2\cdot p^2=3\cdot(5\cdot q^2)\cdot(3\cdot p)^2$, což taky odpovídá. Takže $125\cdot q^6-225\cdot q^4\cdot p+135\cdot q^2\cdot p^2-27\cdot p^3=(5\cdot q^2-3\cdot p)^3$

K zažití a dokonalému zvládnutí je jen třeba procvičovat, procvičovat, procvičovat:

Příklad 7:

a) $(12\cdot a^3-7\cdot b)^2$ b) $\left(\frac{6}{x}+3\cdot y\right)^2$ c) $\left(\frac{1}{x}-2\cdot x\right)^3$ d) $\left(8\cdot q+\frac{1}{2}\cdot p^3\right)^3$

Řešení: $144\cdot a^6-168\cdot a^3\cdot b+49\cdot b^2$, $\frac{36}{x^2}+\frac{36\cdot y}{x}+9\cdot y^2$; $\frac{1}{x^3}-\frac{6}{x}+12\cdot x-8\cdot x^3$; $512\cdot q^3+96\cdot q^2\cdot p^3+6\cdot q\cdot p^6+\frac{p^9}{8}$

Příklad 8:

a) $1024\cdot a^8-81\cdot b^6$ b) $9\cdot c^4+42\cdot c^2\cdot d+49\cdot d^2$ c) $225\cdot y^{-2}-10+\frac{y^2}{9}$ d) $625\cdot a^4\cdot y^6-16\cdot b^8\cdot x^2$

Řešení: $(32\cdot a^4-9\cdot b^3)\cdot(32\cdot a^4+9\cdot b^3)$, $(3\cdot c^2+7\cdot d)^2$, $(\frac{15}{y}-\frac{y}{3})^2$, $(25\cdot a^2\cdot y^3-4\cdot b^4\cdot x)\cdot(25\cdot a^2\cdot y^3+4\cdot b^4\cdot x)$

Příklad 9:

a) $x^4-x^3+x^2-x$ b) $x^4-x^3+x^2-1$ c) $a^5+a^4-2\cdot a^3+a^2+a-2$

Řešení: $(x^3+x)\cdot(x-1)$, $(x^3+x+1)\cdot(x-1)$, $(a^2+a-2)\cdot(a^3+1)$

Při dělení mnohočlenu mnohočlenem jsme zjistili některé zajímavé výsledky. Teď si je zapíšeme formou vzorců:

$(a^3-b^3)=(a-b)\cdot(a^2+a\cdot b+b^2)$ 6

$(a^3+b^3)=(a+b)\cdot(a^2-a\cdot b+b^2)$ 7

Příklad 10:

$216\cdot x^3-8\cdot y^3=(6\cdot x)^3-(2\cdot y)^3=(6\cdot x-2\cdot y)\cdot(36\cdot x^2+12\cdot x\cdot y+4\cdot y^2)$

Příklad 11:

$27\cdot a^6+125\cdot b^3=(3\cdot a^2)^3+(5\cdot b)^3=(3\cdot a^2+5\cdot b)\cdot(9\cdot a^4+15\cdot a^2\cdot y+25\cdot b^2)$

Příklad 12:

$16\cdot q^4-81\cdot p^4=(4\cdot q^2)^2-(9\cdot p^2)^2=(4\cdot q^2-9\cdot p^2)\cdot(4\cdot q^2+9\cdot p^2)=(2\cdot q-3\cdot p)\cdot(2\cdot q-3\cdot p)\cdot(4\cdot q^2+9\cdot p^2)$