

## Obsah

Definiční obory výrazů s proměnnou.....	2
Zápisy výrazů.....	3
Sčítání a odčítání mnohočlenů.....	4
Násobení mnohočlenů.....	5
Dělení mnohočlenů.....	7
Rozklad mnohočlenů na součin – vytýkání.....	9
Rozklad mnohočlenů na součin – vzorec.....	10
Krácení a rozšiřování zlomků.....	11
Sčítání a odčítání lomených výrazů.....	13
Násobení a dělení lomených výrazů.....	16

## Definiční obory výrazů s proměnnou

10 minut + 5 minut; aspoň 3

1. Určete definiční obor výrazu  $\frac{x^2-4}{x-1}$  a jeho hodnotu pro  $x = 2$

2. Určete definiční obor výrazu  $\frac{\sqrt{x+3}}{2 \cdot x + 2}$  a jeho hodnotu pro  $x = 6$ ;  $x = 13$

3. Určete definiční obor výrazu  $\frac{|x-2|}{4-3 \cdot x}$  a jeho hodnotu pro  $x = 2$

4. Určete definiční obor výrazu  $\sqrt{\frac{1}{2-x}}$  a jeho hodnotu pro  $x = -2$

5. Určete definiční obor výrazu  $\frac{\sqrt{x-2}}{x^2+2}$ .

6. Určete definiční obor výrazu  $\sqrt{|x-2|}$ .

7. Určete definiční obor výrazu  $\frac{1}{x-2} + \frac{4}{x+4} - \frac{2 \cdot x}{3-x}$ .

### Řešení:

---

1. Určete definiční obor výrazu  $\frac{x^2-4}{x-1}$  a jeho hodnotu pro  $x = 2$

podmínka:  $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ ; definiční obor:  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ; pro  $x = 2$   $\frac{2^2-4}{2-1} = 0$

---

2. Určete definiční obor výrazu  $\frac{\sqrt{x+3}}{2 \cdot x + 2}$  a jeho hodnotu pro  $x = 6$ ;  $x = 13$

podmínka:  $(2 \cdot x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1) \wedge (x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3)$ ; definiční obor  $(-3; \infty) \setminus \{-1\}$ ;

pro  $x = 6$   $\frac{\sqrt{6+3}}{2 \cdot 6 + 2} = \frac{3}{14}$ ; pro  $x = 13$   $\frac{\sqrt{13+3}}{2 \cdot 13 + 2} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

---

3. Určete definiční obor výrazu  $\frac{|x-2|}{4-3 \cdot x}$  a jeho hodnotu pro  $x = 2$

podmínka  $4-3 \cdot x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{4}{3}$ ; definiční obor  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ ;  $\frac{|2-2|}{4-3 \cdot 2} = 0$

---

4. Určete definiční obor výrazu  $\sqrt{\frac{1}{2-x}}$  a jeho hodnotu pro  $x = -2$

podmínka:  $2-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$  ze zlomku,  $2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$  z odmocniny, tedy  $x < 2$ ;

definiční obor  $(-\infty; 2)$ ;  $\sqrt{\frac{1}{2-(-2)}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

---

5. Určete definiční obor výrazu  $\frac{\sqrt{x-2}}{x^2+2}$ .

podmínka:  $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$  a  $x^2+2 \neq 0$ , druhá mocnina nikdy nebude záporná, tedy stačí podmínka; definiční obor  $(2; \infty)$

---

6. Určete definiční obor výrazu  $\sqrt{|x-2|}$ .

podmínka:  $|x-2| \geq 0$ , což je z povahy absolutní hodnoty; definiční obor

---

7. Určete definiční obor výrazu  $\frac{1}{x-2} + \frac{4}{x+4} - \frac{2 \cdot x}{3-x}$ .

podmínka:  $(x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2) \wedge (x+4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4) \wedge (3-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 3)$ ; definiční obor  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4; 2; 3\}$

## Zápisy výrazů

1; 5 minut + 5 minut

1. Součin dvojnásobku třetí mocniny proměnné  $x$  a druhé mocniny proměnné  $y$
2. Součet třetí mocniny libovolného čísla a dvojnásobku druhé mocniny jiného libovolného čísla
3. Rozdíl čtyřnásobku druhé mocniny libovolného čísla a dvojnásobku druhé mocniny stejného čísla
4. Podíl druhé mocniny součtu dvou libovolných čísel a rozdílu druhých mocnin stejných čísel
5. Podíl druhé mocniny libovolného čísla zvětšeného o dva a druhé mocniny stejného čísla zmenšeného o tři

## Řešení:

- 
1. Součin dvojnásobku třetí mocniny proměnné  $x$  a druhé mocniny proměnné  $y$

$$2 \cdot x^3 \cdot y^2$$

- 
2. Součet třetí mocniny libovolného čísla a dvojnásobku druhé mocniny jiného libovolného čísla

$$x^3 + 2 \cdot y^2$$

- 
3. Rozdíl čtyřnásobku druhé mocniny libovolného čísla a dvojnásobku druhé mocniny stejného čísla

$$4 \cdot x^2 - 2 \cdot x^2$$

- 
4. Podíl druhé mocniny součtu dvou libovolných čísel a rozdílu druhých mocnin stejných čísel

$$\frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2}$$

- 
5. Podíl druhé mocniny libovolného čísla zvětšeného o dva a druhé mocniny stejného čísla zmenšeného o tři

$$\frac{(x + 2)^2}{(x - 3)^3}$$

## Sčítání a odčítání mnohočlenů

3 příklady - 10 minut; 5 minut

1. Sečtěte mnohočleny  $(4 \cdot x + y) - (3 \cdot x + 2 \cdot y + 1) + 2$
2. Sečtěte mnohočleny  $(4 \cdot a^2 - 2 \cdot a + 5) + 2 \cdot a^2 - (3 \cdot a^2 + 5 \cdot a - 1)$
3. Sečtěte mnohočleny  $2 \cdot a - [2 \cdot a + b - (3 \cdot a - 2 \cdot b) - (a - b)]$
4. Sečtěte mnohočleny  $(x^2 + 2 \cdot x) - (y^2 + 2 \cdot y) + (x + 2 \cdot x \cdot y + y) - (2 \cdot x^2 - 3 \cdot y^2 + 7)$
5. Sečtěte mnohočleny  $12,5 \cdot x^2 + y^2 - \{8 \cdot x^2 - 5 \cdot y^2 - [-10 \cdot x^2 + (5,5 \cdot x^2 - 6 \cdot y^2)]\}$
6. Sečtěte mnohočleny  $(3 \cdot a^{n+1} + 10 \cdot a^n - 7 \cdot a) + (a - 9 \cdot a^{n+1} - 10 \cdot a^n)$
7. Sečtěte mnohočleny  $a^2 - b^2 - \{3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2 - [a^2 + 2 \cdot a \cdot b - (b^2 - a \cdot b)]\}$

### Řešení:

---

1. Sečtěte mnohočleny  $(4 \cdot x + y) - (3 \cdot x + 2 \cdot y + 1) + 2$   
 $4 \cdot x + y - 3 \cdot x - 2 \cdot y - 1 + 2 = x - y + 1$

---

2. Sečtěte mnohočleny  $(4 \cdot a^2 - 2 \cdot a + 5) + 2 \cdot a^2 - (3 \cdot a^2 + 5 \cdot a - 1)$   
 $4 \cdot a^2 - 2 \cdot a + 5 + 2 \cdot a^2 - 3 \cdot a^2 - 5 \cdot a + 1$   
 $4 \cdot a^2 + 2 \cdot a^2 - 3 \cdot a^2 - 2 \cdot a - 5 \cdot a + 5 + 1 = 3 \cdot a^2 - 7 \cdot a + 6$

---

3. Sečtěte mnohočleny  $2 \cdot a - [2 \cdot a + b - (3 \cdot a - 2 \cdot b) - (a - b)]$   
 $2 \cdot a - 2 \cdot a - b + (3 \cdot a - 2 \cdot b) + (a - b)$  nebo  $2 \cdot a - [2 \cdot a + b - 3 \cdot a + 2 \cdot b - a + b]$   
 $-b + 3 \cdot a - 2 \cdot b + a - b = 4 \cdot a - 4 \cdot b$  nebo  $2 \cdot a - [-2 \cdot a + 4 \cdot b] = 2 \cdot a + 2 \cdot a - 4 \cdot b$

---

4. Sečtěte mnohočleny  $(x^2 + 2 \cdot x) - (y^2 + 2 \cdot y) + (x + 2 \cdot x \cdot y + y) - (2 \cdot x^2 - 3 \cdot y^2 + 7)$   
 $x^2 + 2 \cdot x - y^2 - 2 \cdot y + x + 2 \cdot x \cdot y + y - 2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2 - 7$   
 $x^2 - 2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2 - y^2 + x + 2 \cdot x + 2 \cdot x \cdot y + y - 2 \cdot y - 7$   
 $-x^2 + 2 \cdot y^2 + 3 \cdot x + 2 \cdot x \cdot y - y - 7$

---

5. Sečtěte mnohočleny  $12,5 \cdot x^2 + y^2 - \{8 \cdot x^2 - 5 \cdot y^2 - [-10 \cdot x^2 + (5,5 \cdot x^2 - 6 \cdot y^2)]\}$   
 $12,5 \cdot x^2 + y^2 - 8 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 + [-10 \cdot x^2 + (5,5 \cdot x^2 - 6 \cdot y^2)]$   
 $4,5 \cdot x^2 + 6 \cdot y^2 - 10 \cdot x^2 + 5,5 \cdot x^2 - 6 \cdot y^2$   
 $4,5 \cdot x^2 - 10 \cdot x^2 + 5,5 \cdot x^2 + 6 \cdot y^2 - 6 \cdot y^2 = 0$   
 $12,5 \cdot x^2 + y^2 - \{8 \cdot x^2 - 5 \cdot y^2 + 10 \cdot x^2 - (5,5 \cdot x^2 - 6 \cdot y^2)\}$   
nebo  $12,5 \cdot x^2 + y^2 - \{18 \cdot x^2 - 5 \cdot y^2 - 5,5 \cdot x^2 + 6 \cdot y^2\}$   
 $12,5 \cdot x^2 + y^2 - \{12,5 \cdot x^2 + y^2\}$   
 $12,5 \cdot x^2 + y^2 - 12,5 \cdot x^2 - y^2 = 0$

---

6. Sečtěte mnohočleny  $(3 \cdot a^{n+1} + 10 \cdot a^n - 7 \cdot a) + (a - 9 \cdot a^{n+1} - 10 \cdot a^n)$   
 $3 \cdot a^{n+1} + 10 \cdot a^n - 7 \cdot a + a - 9 \cdot a^{n+1} - 10 \cdot a^n$   
 $3 \cdot a^{n+1} - 9 \cdot a^{n+1} - 10 \cdot a^n + 10 \cdot a^n - 7 \cdot a + a$   
 $-6 \cdot a^{n+1} - 6 \cdot a$

---

7. Sečtěte mnohočleny  $a^2 - b^2 - \{3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2 - [a^2 + 2 \cdot a \cdot b - (b^2 - a \cdot b)]\}$   
 $a^2 - b^2 - \{3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2 - [a^2 + 2 \cdot a \cdot b - b^2 + a \cdot b]\}$   
 $a^2 - b^2 - \{3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2 - [a^2 + 3 \cdot a \cdot b - b^2]\}$   
 $a^2 - b^2 - \{3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2 - a^2 - 3 \cdot a \cdot b + b^2\}$   
 $a^2 - b^2 - [-b^2 - a^2] = a^2 - b^2 + b^2 + a^2 = 2 \cdot a^2$   
nebo  $a^2 - b^2 - 3 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b^2 + [a^2 + 2 \cdot a \cdot b - (b^2 - a \cdot b)]$   
 $a^2 + b^2 - 3 \cdot a \cdot b + a^2 + 2 \cdot a \cdot b - b^2 + a \cdot b = 2 \cdot a^2$

## Násobení mnohočlenů

4; 10 + 5 minut

1. Násobte mnohočleny  $10 \cdot a \cdot b \cdot c^2 \cdot 2 \cdot a \cdot b^2 \cdot 3 \cdot a \cdot c^2$
2. Násobte mnohočleny  $3 \cdot x \cdot (x + y) + 5 \cdot y \cdot (x - y)$
3. Násobte mnohočleny  $a \cdot b \cdot (a + b) - a \cdot \{b \cdot (3 \cdot b - 2 \cdot a) - [a^2 - b \cdot (3 \cdot a - 2 \cdot b)]\}$
4. Vynásobte dvojčleny  $(1 + 5 \cdot x) \cdot (5 - 4 \cdot x)$
5. Vynásobte dvojčleny  $(a - 1) \cdot (3 \cdot b + 3)$
6. Vynásobte mnohočleny  $(x^3 + 2 \cdot x^2 - x + 7) \cdot (x + 1)$
7. Vynásobte mnohočleny  $(a - b + c) \cdot (a + b - c)$
8. Vynásobte mnohočleny  $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (1 - x) + x \cdot (x + 5) \cdot (x - 3)$
9. Vynásobte mnohočleny  $(a^4 + a^3 \cdot b + a^2 \cdot b^2 + a \cdot b^3 + b^4) \cdot (a - b)$
10. Vynásobte mnohočleny  $(2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot \{(x - y) - (2 \cdot x + 3 \cdot y) \cdot [(3 \cdot x - 2 \cdot y) - (4 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot (x + y)]\}$

### Řešení:

---

1. Násobte mnohočleny  $10 \cdot a \cdot b \cdot c^2 \cdot 2 \cdot a \cdot b^2 \cdot 3 \cdot a \cdot c^2$   
 $10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot c^2 = 60 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot c^4$

---

2. Násobte mnohočleny  $3 \cdot x \cdot (x + y) + 5 \cdot y \cdot (x - y)$   
 $3 \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + 5 \cdot y \cdot x - 5 \cdot y^2 = 3 \cdot x^2 + 8 \cdot x \cdot y - 5 \cdot y^2$

---

3. Násobte mnohočleny  $a \cdot b \cdot (a + b) - a \cdot \{b \cdot (3 \cdot b - 2 \cdot a) - [a^2 - b \cdot (3 \cdot a - 2 \cdot b)]\}$   
 $a^2 \cdot b + a \cdot b^2 - a \cdot \{3 \cdot b^2 - 2 \cdot a \cdot b - [a^2 - 3 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b^2]\} = a^2 \cdot b + a \cdot b^2 - a \cdot \{3 \cdot b^2 - 2 \cdot a \cdot b - a^2 + 3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2\}$   
 $a^2 \cdot b + a \cdot b^2 - a \cdot \{b^2 - a \cdot b - a^2\} = a^2 \cdot b + a \cdot b^2 - a \cdot b^2 + a^2 \cdot b + a^3 = a^3$

---

4. Vynásobte dvojčleny  $(1 + 5 \cdot x) \cdot (5 - 4 \cdot x)$   
 $5 - 4 \cdot x + 25 \cdot x - 20 \cdot x^2 = 5 + 21 \cdot x - 20 \cdot x^2$

---

5. Vynásobte dvojčleny  $(a - 1) \cdot (3 \cdot b + 3)$   
 $3 \cdot a \cdot b + 3 \cdot a - 3 \cdot b - 3$

---

6. Vynásobte mnohočleny  $(x^3 + 2 \cdot x^2 - x + 7) \cdot (x + 1)$   
 $x^4 + x^3 + 2 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 - x^2 - x + 7 \cdot x + 7 = x^4 + 3 \cdot x^3 + x^2 + 6 \cdot x + 7$

---

7. Vynásobte mnohočleny  $(a - b + c) \cdot (a + b - c)$   
 $a^2 + a \cdot b - a \cdot c - a \cdot b - b^2 + b \cdot c + a \cdot c + b \cdot c - c^2 = a^2 - b^2 + 2 \cdot b \cdot c - c^2$

---

8. Vynásobte mnohočleny  $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (1 - x) + x \cdot (x + 5) \cdot (x - 3)$   
 $(x^2 + x + 2 \cdot x + 2) \cdot (1 - x) + (x^2 + 5 \cdot x) \cdot (x - 3) = (x^2 + 3 \cdot x + 2) \cdot (1 - x) + x^3 + 5 \cdot x^2 - 3 \cdot x^2 - 15 \cdot x$   
 $x^2 - x^3 + 3 \cdot x - 3 \cdot x^2 + 2 - 2 \cdot x + x^3 + 2 \cdot x^2 - 15 \cdot x = 2 - 14 \cdot x$

---

9. Vynásobte mnohočleny  $(a^4 + a^3 \cdot b + a^2 \cdot b^2 + a \cdot b^3 + b^4) \cdot (a - b)$   
 $a^5 - a^4 \cdot b + a^4 \cdot b - a^3 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^2 - a^2 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^3 - a \cdot b^4 + a \cdot b^4 - b^5 = a^5 - b^5$

---

10. Vynásobte mnohočleny  $(2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot \{(x - y) - (2 \cdot x + 3 \cdot y) \cdot [(3 \cdot x - 2 \cdot y) - (4 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot (x + y)]\}$

$$(2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot \{x - y - (2 \cdot x + 3 \cdot y) \cdot [(3 \cdot x - 2 \cdot y) - (4 \cdot x^2 + 4 \cdot x \cdot y - 3 \cdot x \cdot y - 3 \cdot y^2)]\}$$

$$(2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot \{x - y - (2 \cdot x + 3 \cdot y) \cdot [3 \cdot x - 2 \cdot y - 4 \cdot x^2 - x \cdot y + 3 \cdot y^2]\}$$

$$(2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot (x - y) - (2 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot (2 \cdot x + 3 \cdot y) \cdot [3 \cdot x - 2 \cdot y - 4 \cdot x^2 - x \cdot y + 3 \cdot y^2]$$

$$2 \cdot x^2 - 5 \cdot x \cdot y + 3 \cdot y^2 - (4 \cdot x^2 - 9 \cdot y^2) \cdot [3 \cdot x - 2 \cdot y - 4 \cdot x^2 - x \cdot y + 3 \cdot y^2]$$

$$2 \cdot x^2 - 5 \cdot x \cdot y + 3 \cdot y^2 - (12 \cdot x^3 - 8 \cdot x^2 \cdot y - 16 \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 \cdot y + 12 \cdot x^2 \cdot y^2 - 27 \cdot x \cdot y^2 + 18 \cdot y^3 + 36 \cdot x^2 \cdot y^2 + 9 \cdot x \cdot y^3 - 27 \cdot y^4)$$

$$2 \cdot x^2 - 5 \cdot x \cdot y + 3 \cdot y^2 - 12 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 \cdot y + 16 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot y - 48 \cdot x^2 \cdot y^2 + 27 \cdot x \cdot y^2 - 18 \cdot y^3 - 9 \cdot x \cdot y^3 + 27 \cdot y^4$$

## Dělení mnohočlenů

2; 15 +5 minut

1. Dělte mnohočlen jednočlenem  $(18 \cdot a^4 \cdot x^3 + 24 \cdot a^3 \cdot x^4 + 6 \cdot a^2 \cdot x^5) : 6 \cdot a^2 \cdot x^3$

2. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(15 - 9 \cdot a + 5 \cdot a^2 - 3 \cdot a^3) : (5 - 3 \cdot a)$

3. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(m^4 - m^3 \cdot n + m^2 \cdot n^2 - m \cdot n^3) : (m^2 + n^2)$

4. Dělte mnohočlen mnohočlenem  $(17 \cdot x^2 - 6 \cdot x^4 + 5 \cdot x^3 - 23 \cdot x + 7) : (7 - 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x)$

5. Dělte mnohočlen mnohočlenem  $(2 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 7) : (x + 2)$

6. Dělte mnohočlen mnohočlenem

$$(13 \cdot x^2 \cdot y^3 + 9 \cdot x^5 - 21 \cdot x \cdot y^4 + 6 \cdot y^5 - 15 \cdot x^4 \cdot y - 8 \cdot x^3 \cdot y^2) : (2 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot y^3 + 3 \cdot x^3)$$

7. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(100 \cdot m^4 - 64 \cdot n^6) : (8 \cdot n^3 - 10 \cdot m^2)$

## Řešení:

---

1. Dělte mnohočlen jednočlenem  $(18 \cdot a^4 \cdot x^3 + 24 \cdot a^3 \cdot x^4 + 6 \cdot a^2 \cdot x^5) : 6 \cdot a^2 \cdot x^3$

$$3 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot x + x^2$$

---

2. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(15 - 9 \cdot a + 5 \cdot a^2 - 3 \cdot a^3) : (5 - 3 \cdot a)$

$$(-3 \cdot a^3 + 5 \cdot a^2 - 9 \cdot a + 15) : (-3 \cdot a + 5) = a^2 + 3$$

$$\begin{array}{r} -(-3 \cdot a^3 + 5 \cdot a^2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9 \cdot a + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(-9 \cdot a + 15) \\ \hline \end{array}$$

$$0$$

---

3. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(m^4 - m^3 \cdot n + m^2 \cdot n^2 - m \cdot n^3) : (m^2 + n^2)$

$$(m^4 - m^3 \cdot n + m^2 \cdot n^2 - m \cdot n^3) : (m^2 + n^2) = m^2 - m \cdot n$$

$$\begin{array}{r} -(m^4 + m^2 \cdot n^2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -m^3 \cdot n \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -m \cdot n^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(-m^3 \cdot n - m \cdot n^3) \\ \hline \end{array}$$

$$0$$

---

4. Dělte mnohočlen mnohočlenem  $(17 \cdot x^2 - 6 \cdot x^4 + 5 \cdot x^3 - 23 \cdot x + 7) : (7 - 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x)$

$$(-6 \cdot x^4 + 5 \cdot x^3 + 17 \cdot x^2 - 23 \cdot x + 7) : (-3 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 7) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$$

$$\begin{array}{r} -(-6 \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 + 14 \cdot x^2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 23 \cdot x + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(9 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 21 \cdot x) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(-3 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 7) \\ \hline \end{array}$$

$$0$$

---

5. Dělte mnohočlen mnohočlenem  $(2 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 7) : (x + 2)$

$$(2 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 7) : (x + 2) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 2 + \frac{3}{x + 2}$$

$$\begin{array}{r} -(2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(3 \cdot x^2 + 6 \cdot x) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot x + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(2 \cdot x + 4) \\ \hline \end{array}$$

$$3$$





## Rozklad mnohočlenů na součin – vytýkání

4; 10 + 3 minut

1. Rozložte  $9 \cdot a^3 - 6 \cdot a^2 \cdot b$

2. Rozložte  $-4 \cdot x^3 \cdot y + 6 \cdot x^2 \cdot y^2 - 8 \cdot x \cdot y^3$

3. Rozložte  $(-5 + 2 \cdot x) \cdot (x - 1) + (2 \cdot x - 5) \cdot (3 - x) - (2 \cdot x - 5) \cdot (2 \cdot x - 3)$

4. Rozložte  $3 \cdot (2 \cdot x - 1) - (1 - 2 \cdot x)^2 - (1 - 2 \cdot x) \cdot (3 + 5 \cdot x)$

5. Rozložte  $5 \cdot c \cdot m - c \cdot n - 15 \cdot d \cdot m + 3 \cdot d \cdot n$

6. Rozložte  $2 \cdot a \cdot b - b \cdot x + 4 \cdot a \cdot y - 2 \cdot x \cdot y$

7. Rozložte  $8 \cdot (x - 4) + (x - 4) + 3 \cdot x - 12$

8. Rozložte  $15 \cdot r \cdot u - 6 \cdot u \cdot s - 5 \cdot r \cdot v + 2 \cdot s \cdot v$

### Řešení:

---

1. Rozložte  $9 \cdot a^3 - 6 \cdot a^2 \cdot b$

$$3 \cdot a^2 \cdot (3 \cdot a - 2 \cdot b)$$

---

2. Rozložte  $-4 \cdot x^3 \cdot y + 6 \cdot x^2 \cdot y^2 - 8 \cdot x \cdot y^3$

$$2 \cdot x \cdot y (-2 \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y - 4 \cdot y^2)$$

---

3. Rozložte  $(-5 + 2 \cdot x) \cdot (x - 1) + (2 \cdot x - 5) \cdot (3 - x) - (2 \cdot x - 5) \cdot (2 \cdot x - 3)$

$$(2 \cdot x - 5) \cdot (x - 1 + 3 - x - 2 \cdot x + 3) = (2 \cdot x - 5) \cdot (5 - 2 \cdot x) = -(2 \cdot x - 5)^2 = -(5 - 2 \cdot x)^2$$

---

4. Rozložte  $3 \cdot (2 \cdot x - 1) - (1 - 2 \cdot x)^2 - (1 - 2 \cdot x) \cdot (3 + 5 \cdot x)$

$$(2 \cdot x - 1) \cdot (3 - 2 \cdot x + 1 + 3 + 5 \cdot x) = (2 \cdot x - 1) \cdot (7 + 3 \cdot x)$$

---

5. Rozložte  $5 \cdot c \cdot m - c \cdot n - 15 \cdot d \cdot m + 3 \cdot d \cdot n$

$$c \cdot (5 \cdot m - n) - 3 \cdot d \cdot (5 \cdot m - n) = (5 \cdot m - n) \cdot (c - 3 \cdot d)$$

---

6. Rozložte  $2 \cdot a \cdot b - b \cdot x + 4 \cdot a \cdot y - 2 \cdot x \cdot y$

$$b \cdot (2 \cdot a - x) + 2 \cdot y \cdot (2 \cdot a - x) = (2 \cdot a - x) \cdot (b + 2 \cdot y)$$

---

7. Rozložte  $8 \cdot (x - 4) + (x - 4) + 3 \cdot x - 12$

$$8 \cdot (x - 4) + (x - 4) + 3 \cdot (x - 4) = 12 \cdot (x - 4)$$

---

8. Rozložte  $15 \cdot r \cdot u - 6 \cdot u \cdot s - 5 \cdot r \cdot v + 2 \cdot s \cdot v$

$$3 \cdot u \cdot (5 \cdot r - 2 \cdot s) - v \cdot (5 \cdot r - 2 \cdot s) = (5 \cdot r - 2 \cdot s) \cdot (3 \cdot u - v)$$

## Rozklad mnohočlenů na součin – vzorec

3; 10 + 5 minut

1. Rozložte  $a^6 \cdot b^6 - c^2$

2. Rozložte  $25 \cdot a^2 - (a+b)^2$

3. Rozložte  $a^6 - 4 \cdot a^3 \cdot b^2 + 4 \cdot b^4$

4. Rozložte  $4 \cdot x^2 \cdot y^2 + 12 \cdot x^3 \cdot y^3 + 9 \cdot x^4 \cdot y^4$

5. Rozložte  $1,21 \cdot a^2 - 0,44 + \frac{0,04}{a^2}$

6. Rozložte  $9 \cdot a^4 \cdot b^2 + 6 \cdot a^3 \cdot b^2 + a^2 \cdot b^2$

7. Rozložte  $64 - 96 \cdot a + 48 \cdot a^2 - 8 \cdot a^3$

8. Rozložte  $27 - 8 \cdot a^3$

9. Rozložte  $512 - x^9$

10. Rozložte  $4 \cdot (a+b)^2 - 9 \cdot (a-b)^2$

### Řešení:

---

1. Rozložte  $a^6 \cdot b^6 - c^2$

$$(a^3 \cdot b^3)^2 - c^2 = (a^3 \cdot b^3 - c) \cdot (a^3 \cdot b^3 + c)$$

---

2. Rozložte  $25 \cdot a^2 - (a+b)^2$

$$(5 \cdot a)^2 - (a+b)^2 = (5 \cdot a - (a+b)) \cdot (5 \cdot a + (a+b)) = (4 \cdot a - b) \cdot (6 \cdot a + b)$$

---

3. Rozložte  $a^6 - 4 \cdot a^3 \cdot b^2 + 4 \cdot b^4$

$$(a^3)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot (2 \cdot b^2) + (2 \cdot b^2)^2 = (a^3 - 2 \cdot b^2)^2$$

---

4. Rozložte  $4 \cdot x^2 \cdot y^2 + 12 \cdot x^3 \cdot y^3 + 9 \cdot x^4 \cdot y^4$

$$(2 \cdot x \cdot y)^2 + 2 \cdot (2 \cdot x \cdot y) \cdot (3 \cdot x^2 \cdot y^2) + (3 \cdot x^2 \cdot y^2)^2 = (2 \cdot x \cdot y + 3 \cdot x^2 \cdot y^2)^2 = x^2 \cdot y^2 \cdot (2 + 3 \cdot x \cdot y)^2$$

---

5. Rozložte  $1,21 \cdot a^2 - 0,44 + \frac{0,04}{a^2}$

$$(1,1 \cdot a)^2 - 2 \cdot (1,1 \cdot a) \cdot \left(\frac{0,2}{a}\right) + \left(\frac{0,2}{a}\right)^2 = \left(1,1 \cdot a - \frac{0,2}{a}\right)^2$$

---

6. Rozložte  $9 \cdot a^4 \cdot b^2 + 6 \cdot a^3 \cdot b^2 + a^2 \cdot b^2$

$$(3 \cdot a^2 \cdot b)^2 + 2 \cdot (3 \cdot a^2 \cdot b) \cdot (a \cdot b) + (a \cdot b)^2 = (3 \cdot a^2 \cdot b + a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2 \cdot (3 \cdot a + 1)^2$$

---

7. Rozložte  $64 - 96 \cdot a + 48 \cdot a^2 - 8 \cdot a^3$

$$4^3 - 3 \cdot 4 \cdot 4^2 \cdot (2 \cdot a) + 3 \cdot 4 \cdot (2 \cdot a)^2 - (2 \cdot a)^3 = (4 - 2 \cdot a)^3 = 8 \cdot (2 - a)^3$$

---

8. Rozložte  $27 - 8 \cdot a^3$

$$3^3 - (2 \cdot a)^3 = (3 - 2 \cdot a) \cdot (9 + 6 \cdot a + 4 \cdot a^2)$$

---

9. Rozložte  $512 - x^9$

$$2^9 - x^9 = (2^3)^3 - (x^3)^3 = (2^3 - x^3) \cdot ((2^3)^2 + 2^3 \cdot x^3 + (x^3)^2) = (2 - x) \cdot (4 + 2 \cdot x + ax^2) \cdot ((2^3)^2 + 2^3 \cdot x^3 + (x^3)^2)$$

---

10. Rozložte  $4 \cdot (a+b)^2 - 9 \cdot (a-b)^2$

$$(2 \cdot (a+b))^2 - (3 \cdot (a-b))^2 = (2 \cdot (a+b) - 3 \cdot (a-b)) \cdot (2 \cdot (a+b) + 3 \cdot (a-b)) \\ (2 \cdot a + 2 \cdot b - 3 \cdot a + 3 \cdot b) \cdot (2 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot a - 3 \cdot b) = (5 \cdot b - a) \cdot (5 \cdot a - b)$$

## Krácení a rozšiřování zlomků

3; 10 + 5 minut

1. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{10 \cdot a^2 \cdot b \cdot (x-y)^2}{15 \cdot a^4 \cdot b \cdot (x-y)^3}$

2. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{m^2 + m}{m \cdot n + n}$

3. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{x^3 - 2 \cdot x^2}{2 \cdot x^3 \cdot y^2 - x^4 \cdot y}$

4. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - 2 \cdot x^2 + 1}$

5. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2}$

6. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2 \cdot a \cdot b}{a^2 - b^2 + c^2 + 2 \cdot a \cdot c}$

7. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{4 \cdot x \cdot y^2}{5} = \frac{8 \cdot x^3 \cdot y^2}{5}$

8. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{a+b}{2 \cdot (a-b)} = \frac{3 \cdot (a^2 - b^2)}{2 \cdot (a-b)}$

9. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{a-b}{2 \cdot (a+b)^2} = \frac{a-b}{4 \cdot a \cdot (a+b)^3}$

## Řešení:

---

1. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{10 \cdot a^2 \cdot b \cdot (x-y)^2}{15 \cdot a^4 \cdot b \cdot (x-y)^3}$

$$\frac{2}{3 \cdot a^2 \cdot (x-y)} ; a, b \neq 0 \wedge x \neq y$$

---

2. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{m^2 + m}{m \cdot n + n}$

$$\frac{m \cdot (m+1)}{n \cdot (m+1)} = \frac{m}{n} ; n \neq 0 \wedge m \neq -1$$

---

3. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{x^3 - 2 \cdot x^2}{2 \cdot x^3 \cdot y^2 - x^4 \cdot y}$

$$\frac{x^2 \cdot (x-2)}{x^3 \cdot y \cdot (2 \cdot y - x)} = \frac{x-2}{x \cdot y \cdot (2 \cdot y - x)} ; x, y \neq 0 \wedge 2 \cdot y \neq x$$

---

4. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - 2 \cdot x^2 + 1}$

$$\frac{x^2 \cdot (x-1) - (x-1)}{(x^2-1)^2} = \frac{(x-1) \cdot (x^2-1)}{(x^2-1)^2} = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{1}{x+1} ; x \neq \pm 1$$

---

5. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2}$

$$\frac{(a^2 - b^2) \cdot (a^2 + b^2)}{a^2 + b^2} = a^2 - b^2 ; a \neq b \neq 0 \quad a \text{ a } b \text{ se nesmí rovnat nule zároveň}$$

---

6. Zkraťte dané zlomky a udejte podmínky, kdy mají smysl:  $\frac{a^2+b^2-c^2+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2+c^2+2\cdot a\cdot c}$

$$\frac{a^2+2\cdot a\cdot b+b^2-c^2}{a^2+2\cdot a\cdot c+c^2-b^2} = \frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2} = \frac{(a+b-c)\cdot(a+b+c)}{(a+c-b)\cdot(a+c+b)} = \frac{a+b-c}{a+c-b} ; \quad a+b+c \neq 0 \wedge a+c-b \neq 0$$

---

7. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{4\cdot x\cdot y^2}{5} = \frac{8\cdot x^3\cdot y^2}{5}$

$$\frac{4\cdot x\cdot y^2}{5} = \frac{(4\cdot x\cdot y^2)\cdot 2\cdot x^2}{5\cdot 2\cdot x^2} = \frac{8\cdot x^3\cdot y^2}{10\cdot x^2} ; \quad x \neq 0$$

---

8. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{a+b}{2\cdot(a-b)} = \frac{3\cdot(a^2-b^2)}{2\cdot(a-b)}$

$$\frac{a+b}{2\cdot(a-b)} = \frac{(3\cdot(a+b))\cdot(a-b)}{2\cdot(a-b)\cdot 3\cdot(a-b)} = \frac{3\cdot(a^2-b^2)}{6\cdot(a-b)^2} ; \quad a \neq b$$

---

9. Chybějící čitatele a jmenovatele doplňte tak, aby se zlomky rovnaly:  $\frac{a-b}{2\cdot(a+b)^2} = \frac{a-b}{4\cdot a\cdot(a+b)^3}$

$$\frac{a-b}{2\cdot(a+b)^2} = \frac{(a-b)\cdot 2\cdot a\cdot(a+b)}{2\cdot(a+b)^2\cdot 2\cdot a\cdot(a+b)} = \frac{2\cdot a\cdot(a^2-b^2)}{4\cdot a\cdot(a+b)^3} ; \quad a \neq -b$$

## Sčítání a odčítání lomených výrazů

3; 10 + 5 minut

1. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $a - \frac{a^2 - b^2}{a}$
2. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{4}{r-s} - \frac{1}{s-r}$
3. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{2 \cdot x}{x+y} + \frac{3 \cdot y}{x-y} - \frac{2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2}{x^2 - y^2}$
4. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{3+2 \cdot x}{2-x} - \frac{2-3 \cdot x}{2+x} + \frac{x \cdot (16-x)}{x^2-4}$
5. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{3 \cdot x + 2}{x^2 - 2 \cdot x + 1} - \frac{6}{x^2 - 1} - \frac{3 \cdot x - 2}{x^2 + 2 \cdot x + 1}$
6. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{a-b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{a^3 - b^3} - \frac{b-a}{a^2 + a \cdot b + b^2}$
7. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(a-b) \cdot (b+x)} + \frac{1}{(b-a) \cdot (a+x)}$
8. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(x-a) \cdot (x-b)} + \frac{1}{(x-b) \cdot (x-c)} - \frac{2}{(x-a) \cdot (x-c)}$
9. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}$
10. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{5 \cdot x - 9}{(x-1) \cdot (x-3)} + \frac{2 \cdot (2 \cdot x + 1)}{(x-1) \cdot (x+2)}$

### Řešení:

- 
1. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $a - \frac{a^2 - b^2}{a}$

$$\frac{a}{1} - \frac{a}{a} - \frac{a^2 - b^2}{a} = \frac{a^2 - (a^2 - b^2)}{a} = \frac{a^2 - a^2 + b^2}{a} = \frac{b^2}{a}; \text{ podmínka: } a \neq 0$$

- 
2. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{4}{r-s} - \frac{1}{s-r}$

$$\frac{4}{r-s} - \frac{1}{-(r-s)} = \frac{4 - 1 \cdot (-1)}{(r-s)} = \frac{5}{r-s}; \text{ podmínka: } r \neq s$$

- 
3. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{2 \cdot x}{x+y} + \frac{3 \cdot y}{x-y} - \frac{2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2}{x^2 - y^2}$

$$\frac{2 \cdot x}{x+y} + \frac{3 \cdot y}{x-y} - \frac{2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{2 \cdot x \cdot (x-y) + 3 \cdot y \cdot (x+y) - (2 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2)}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot y + 3 \cdot y \cdot x + 3 \cdot y^2 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot y^2}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{x \cdot y}{x^2 - y^2}$$

podmínky:  $x \neq \pm y$

- 
4. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{3+2 \cdot x}{2-x} - \frac{2-3 \cdot x}{2+x} + \frac{x \cdot (16-x)}{x^2-4}$

$$\frac{3+2 \cdot x}{-(x-2)} - \frac{2-3 \cdot x}{2+x} + \frac{x \cdot (16-x)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{-(3+2 \cdot x) \cdot x+2}{2-x} - \frac{2-3 \cdot x}{2+x} \cdot \frac{x-2}{x-2} + \frac{x \cdot (16-x)}{(x-2) \cdot (x+2)}$$

$$\frac{-(3 \cdot x+6+2 \cdot x^2+4 \cdot x)-(2 \cdot x-4-3 \cdot x^2+6 \cdot x)+16 \cdot x-x^2}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{-(7 \cdot x+6+2 \cdot x^2)-(8 \cdot x-4-3 \cdot x^2)+16 \cdot x-x^2}{(x-2) \cdot (x+2)}$$

$$\frac{-7 \cdot x-6-2 \cdot x^2-8 \cdot x+4+3 \cdot x^2+16 \cdot x-x^2}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{x-2}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{1}{x+2}$$

podmínky:  $x \neq \pm 2$

5. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{3 \cdot x+2}{x^2-2 \cdot x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3 \cdot x-2}{x^2+2 \cdot x+1}$

$$\frac{3 \cdot x+2}{(x-1)^2} - \frac{6}{(x-1) \cdot (x+1)} - \frac{3 \cdot x-2}{(x+1)^2} = \frac{3 \cdot x+2}{(x-1)^2} \cdot \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} - \frac{6}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \frac{(x+1) \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)} - \frac{3 \cdot x-2}{(x+1)^2} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2}$$

$$\frac{(3 \cdot x+2) \cdot (x+1)^2 - 6 \cdot (x-1) \cdot (x+1) - (3 \cdot x-2) \cdot (x-1)^2}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2}$$

$$\frac{(3 \cdot x+2) \cdot (x^2+2 \cdot x+1) - 6 \cdot (x^2-1) - (3 \cdot x-2) \cdot (x^2-2 \cdot x+1)}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2}$$

$$\frac{3 \cdot x^3+6 \cdot x^2+3 \cdot x+2 \cdot x^2+4 \cdot x+2-6 \cdot x^2+6-(3 \cdot x^3-6 \cdot x^2+3 \cdot x-2 \cdot x^2+4 \cdot x-2)}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2} = \frac{10 \cdot x^2+10}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2}$$

Podmínky:  $x \neq \pm 1$

6. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{a-b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{a^3-b^3} - \frac{b-a}{a^2+a \cdot b+b^2}$

$$\frac{1}{a-b} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)} - \frac{b-a}{a^2+a \cdot b+b^2}$$

$$\frac{1}{a-b} \cdot \frac{a^2+a \cdot b+b^2}{a^2+a \cdot b+b^2} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)} - \frac{b-a}{a^2+a \cdot b+b^2} \cdot \frac{a-b}{a-b}$$

$$\frac{a^2+a \cdot b+b^2-3 \cdot a \cdot b-(b \cdot a-b^2-a^2+a \cdot b)}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)}$$

$$\frac{a^2-2 \cdot a \cdot b+b^2-2 \cdot a \cdot b+b^2+a^2}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)} = \frac{2 \cdot (a^2-2 \cdot a \cdot b+b^2)}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)} = \frac{2 \cdot (a-b)^2}{(a-b) \cdot (a^2+a \cdot b+b^2)} = \frac{2(a-b)}{a^2+a \cdot b+b^2}$$

Podmínky:  $a \neq b$

7. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(a-b) \cdot (b+x)} + \frac{1}{(b-a) \cdot (a+x)}$

$$\frac{1}{(a-b) \cdot (b+x)} + \frac{1}{-(a-b) \cdot (a+x)} = \frac{1}{(a-b) \cdot (b+x)} \cdot \frac{a+x}{a+x} + \frac{1}{-(a-b) \cdot (a+x)} \cdot \frac{b+x}{b+x}$$

$$\frac{a-b}{(a-b) \cdot (b+x) \cdot (a+x)} = \frac{1}{(b+x) \cdot (a+x)}$$

Podmínky:  $a \neq b \wedge b \neq -x \wedge a \neq -x$

8. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(x-a) \cdot (x-b)} + \frac{1}{(x-b) \cdot (x-c)} - \frac{2}{(x-a) \cdot (x-c)}$

$$\frac{1}{(x-a) \cdot (x-b)} + \frac{1}{(x-b) \cdot (x-c)} - \frac{2}{(x-a) \cdot (x-c)} = \frac{x-c}{(x-a) \cdot (x-b) \cdot x-c} + \frac{1}{(x-b) \cdot (x-c)} \cdot \frac{x-a}{x-a} - \frac{2}{(x-a) \cdot (x-c)} \cdot \frac{x-b}{x-b}$$

$$\frac{2 \cdot b-a-c}{(x-a) \cdot (x-c) \cdot (x-b)}$$

Podmínky:  $x \neq a \wedge x \neq b \wedge x \neq c$

9. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}$

$$\frac{\frac{1}{(x-1)^3} \cdot \frac{x}{x} + \frac{1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} + \frac{2}{x-1} \cdot \frac{x \cdot (x-1)^2}{x \cdot (x-1)^2} - \frac{1}{x} \cdot \frac{(x-1)^3}{(x-1)^3}}{x+x^2-x+2 \cdot x \cdot (x^2-2 \cdot x+1)-x^3+3 \cdot x^2-3 \cdot x+1} = \frac{2 \cdot x^3-4 \cdot x^2+2 \cdot x-x^3+4 \cdot x^2-3 \cdot x+1}{x \cdot (x-1)^3} = \frac{x^3-x+1}{x \cdot (x-1)^3}$$

Podmínky:  $x \neq 0 \wedge x \neq 1$

10. Sečtěte lomené výrazy a stanovte podmínky jejich platnosti:  $\frac{5 \cdot x-9}{(x-1) \cdot (x-3)} + \frac{2 \cdot (2 \cdot x+1)}{(x-1) \cdot (x+2)}$

$$\frac{5 \cdot x-9}{(x-1) \cdot (x-3)} \cdot \frac{x+2}{x+2} + \frac{2 \cdot (2 \cdot x+1)}{(x-1) \cdot (x+2)} \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{5 \cdot x^2+10 \cdot x-9 \cdot x+18+4 \cdot x^2-12 \cdot x+2 \cdot x-6}{(x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+2)}$$

$$\frac{9 \cdot x^2-9 \cdot x+12}{(x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+2)}$$

Podmínky:  $x \neq 1 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq -2$

## Násobení a dělení lomených výrazů

3; 10 + 5 minut

1. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}$$

2. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{2 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 8}{x-2} \cdot \frac{x^3-8}{4 \cdot (x+2)}$$

3. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{(x+y)^2}{x \cdot y - y^2} : \left[ \frac{-x \cdot y + y^2}{(x-y)^2} \right]$$

4. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{a \cdot m^2 - a \cdot n^2}{m^2 + 2 \cdot m \cdot n + n^2} : \frac{a \cdot m^2 - 2 \cdot a \cdot m \cdot n + a \cdot n^2}{3 \cdot m + 3 \cdot n}$$

5. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{1-\frac{x}{y}}{x-\frac{y^2}{x}}$$

6. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{3 \cdot (a+b)}{5 \cdot (a-b)} \cdot \frac{6 \cdot (a^2-b^2)}{35}$$

7. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{x}{x-\frac{1}{1-x}}$$

8. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} : \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}$$

### Řešení:

1. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}$$

$$\frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2} = \frac{(a-b) \cdot a^2}{a+b} \quad ; \text{ podmínky: } a \neq 0 \wedge a \neq -b$$

2. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{2 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 8}{x-2} \cdot \frac{x^3-8}{4 \cdot (x+2)}$$

$$\frac{2 \cdot (x^2 + 4 \cdot x + 4)}{x-2} \cdot \frac{(x-2) \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 4)}{4 \cdot (x+2)} = \frac{2 \cdot (x+2)^2}{x-2} \cdot \frac{(x-2) \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 4)}{4 \cdot (x+2)} = \frac{(x+2) \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 4)}{2}$$
$$\frac{x^3 + 4 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 8}{2}$$

podmínky:  $x \neq \pm 2$

3. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{(x+y)^2}{x \cdot y - y^2} : \left[ \frac{-x \cdot y + y^2}{(x-y)^2} \right]$$

$$\frac{(x+y)^2}{y \cdot (x-y)} \cdot \left[ \frac{-(x-y)^2}{y \cdot (x+y)} \right] = \frac{-(x+y) \cdot (x-y)}{y^2} \quad \text{podmínky: } y \neq 0 \wedge x \neq \pm y$$

4. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů

$$\frac{a \cdot m^2 - a \cdot n^2}{m^2 + 2 \cdot m \cdot n + n^2} : \frac{a \cdot m^2 - 2 \cdot a \cdot m \cdot n + a \cdot n^2}{3 \cdot m + 3 \cdot n}$$



$$\frac{a \cdot (m^2 - n^2)}{(m+n)^2} \cdot \frac{a \cdot (m^2 - 2 \cdot m \cdot n + n^2)}{3 \cdot (m+n)} = \frac{a \cdot (m-n) \cdot (m+n)}{(m+n)^2} \cdot \frac{a \cdot (m-n)^2}{3 \cdot (m+n)} = \frac{a \cdot (m-n) \cdot (m+n)}{(m+n)^2} \cdot \frac{3 \cdot (m+n)}{a \cdot (m-n)^2} = \frac{3}{m-n}$$

podmínky:  $a \neq 0 \wedge m \neq \pm n$

5. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů  $\frac{1 - \frac{x}{y}}{x - \frac{y^2}{x}}$

$$\frac{\frac{y-x}{y}}{\frac{x^2-y^2}{x}} = \frac{y-x}{y} \cdot \frac{x}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{-x \cdot y}{x+y} \quad \text{Podmínky: } x, y \neq 0 \wedge x \neq \pm y$$

6. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů  $\frac{3 \cdot (a+b)}{5 \cdot (a-b)} \cdot \frac{6 \cdot (a^2-b^2)}{35}$

$$\frac{3 \cdot (a+b)}{5 \cdot (a-b)} \cdot \frac{35}{6 \cdot (a-b) \cdot (a+b)} = \frac{7}{2 \cdot (a-b)^2} \quad \text{Podmínky: } a \neq \pm b$$

7. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů  $\frac{x}{x - \frac{1}{x - \frac{x}{1-x}}}$

$$\frac{x}{x - \frac{1}{x \cdot (1-x) - x}} = \frac{x}{x - \frac{1}{x - x^2 - x}} = \frac{x}{x - \frac{1}{-x^2}} = \frac{x}{x - \frac{1-x}{-x^2}} = \frac{x}{x + \frac{1-x}{x^2}} = \frac{x}{\frac{x^3 + 1 - x}{x^2}} = \frac{x^2}{x^3 - x + 1}$$

Podmínky:  $x \neq 1 \wedge x^3 - x + 1 \neq 0$

8. Násobte a stanovte podmínky platnosti lomených výrazů  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} : \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$

$$\frac{\frac{y-x}{x \cdot y}}{\frac{y^2-x^2}{y^2+x^2}} = \frac{y-x}{y+x} \cdot \frac{y^2-x^2}{y^2+x^2} = \frac{y-x}{y+x} \cdot \frac{y^2+x^2}{(y-x) \cdot (y+x)} = \frac{y^2+x^2}{(x+y)^2}$$

Podmínky:  $x, y \neq 0 \wedge x \neq \pm y$