

Výrazy a jejich úpravy

Výraz je zápis čísel, konstant, proměnných a matematických operací dle již známých pravidel (např. nejsou dva matematické operátory za sebou, aj.).

Matematické operace jsou sčítání (+), odčítání (-), násobení (* nebo \cdot), dělení (/ nebo : nebo \div), umocňování (a^n nebo $a^{\wedge}n$), odmocňování (\sqrt{a} nebo $\sqrt[n]{a}$). Známe pravidla, jak s těmito operacemi pracovat (komutativnost, asociativnost, distributivnost, pravidla pro počítání s mocninami a odmocninami, racionální mocniny, ...).

Konstanta je písmeno zastupující konkrétní číslo, které by se bez použití zastupujícího písmene složitě zapisovalo, například $\pi = 3,141592653589$.

Číselný výraz je výraz obsahující pouze čísla a matematické operace.

Příklad: $1^3 + 5^3 + 3^3$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\sqrt{2}-3}{4}$

Proměnná je písmeno zastupující čísla z určité číselné množiny. **Výraz s proměnnou** je výraz obsahující alespoň jednu proměnnou, **lomený výraz** je výraz, ve kterém se proměnná vyskytuje ve jmenovateli.

Příklad: Výraz s proměnnou – $3 \cdot a - 5$; $\sqrt{a^2 - b^2}$; $x \cdot (4 - x^2)$; $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$;

$$\frac{a+b}{a-b}$$

Lomený výraz – $\frac{a+b}{a-b}$; $\frac{3}{a}$

Některé operace se dají provádět jen s určitými čísly. Pokud použijeme proměnnou, měli bychom stanovit, kdy má výraz smysl, která čísla můžeme (a tedy která nemůžeme) za proměnnou dosazovat. Tomuto oboru (co můžeme dosazovat) se říká **definiční obor výrazu**.

Příklad:

1) Výraz $\frac{x-y}{z}$ má smysl jen tehdy, je-li $z \neq 0$, protože z se vyskytuje ve jmenovateli zlomku a zlomek má smysl pouze tehdy, není-li jmenovatel roven nule (je-li jmenovatel nenulový).

Definiční obor výrazu je tedy $x, y, z \in \mathbb{R}, z \neq 0$.

2) Výraz $\sqrt{5-a}$ má smysl jen tehdy, je-li $a \leq 5$. Jak jsme si definovali, odmocnina je možná pouze z nezáporného výrazu, proto $5-a \geq 0$ a tedy $a \leq 5$. Přesněji bychom měli psát, že definiční obor výrazu je $(-\infty; 5)$.

3) Výraz $\frac{a}{\sqrt{a}}$ má smysl jen tehdy, je-li $a > 0$ a to přestože se dá zjednodušit na výraz \sqrt{a} ,

který má smysl pro $a \geq 0$ (protože pod odmocninou musí být nezáporné reálné číslo). V zadaném výrazu je odmocnina ve jmenovateli a proto nesmí být rovna nule. Opět definiční obor výrazu je $(0; \infty)$.

Poznámka: Je-li z kontextu nebo zadání zřejmé, že proměnné jsou všeobecně z oboru reálných čísel, můžeme místo definičního oboru zapisovat podmínku platnosti.

Příklady zápisu výrazů

Trojnásobek libovolného čísla

Součet dvojnásobku libovolného čísla a trojnásobku jiného libovolného čísla

Druhá odmocnina součtu druhé mocniny libovolného čísla a čísla 16

Libovolné liché číslo

Součet libovolného čísla dělitelného devíti a 18

Řešení: $3 \cdot x$; $2 \cdot x + 3 \cdot y$; $\sqrt{x^2 + 16}$; $2 \cdot x + 1$; $9 \cdot x + 18$