Vzájemná poloha přímek

Významené vektory přímek

Koeficienty u parametru v parametrické rovnici přímky tvoří směrový vektor,
koeficienty a, b obecné rovnice normálový vektor, ve směrnicovém tvaru je normálový vektor $(k;-1)$.

Významné body přímek

Čísla bez parametru v parametrické rovnici přímky určují konkrétní bod ležící na přímce, další body dopočítáme dosazením stejného čísla za parametr do obou rovnic.
V obecné rovnici dosadíme za x nebo y a dopočítáme druhou souřadnici. Dosadíme-li 0, dostaneme průsečík s osou.
Ve směrnicovém tvaru už známe jeden bod $[0;q]$.

Vzájemná poloha ze vztahu významných vektorů dvou přímek

Máme-li dvě rovnice přímek, záleží na tom, v jakém jsou tvaru. Z lineární závislosti směrových vektorů dvou přímek (parametrické rovnice) nebo normálových vektorů dvou přímek (obecné rovnice) nebo nulového skalárního součinu (vektory jsou na sebe kolmé) směrového vektoru jedné přímky (parametrická rovnice) a normálového vektoru druhé přímky (obecná rovnice) plyne **rovnoběžnost přímek**, není-li splněno, plyne **různoběžnost přímek**.
V následující tabulce jsou vypsány všechny možné situace:

rovnoběžnost	**obecné rovnice**	**parametrické rovnice**	**směrnicový tvar**
	směrové vektory LZ	normálové vektory LZ	stejné směrnice
různé/totožné	bod z jedné dosadím do druhé rovnice	bod z jedné dosadím do druhé rovnice	stejné q (stejný tvar)
rovnoběžnost	**obecná/parametrická rovnice**	**obecná rovnice/směrnicový tvar**	**parametrická rovnice/směrnicový tvar**
	skalární součin normálového a směrového vektoru nulový	obecnou převedu na směrnicový tvar	směrnicový tvar převedu na obecnou, fakticky $(-k;1).\vec{v}=0$

Příklad 1:

Určete vzájemnou polohu přímek daných rovnicemi $x=-5+3\cdot t, y=3-4\cdot t$ *a* $x=3-6\cdot r, y=2+8\cdot r$

První přímka má směrový vektor $(3;-4)$, druhá přímka $(-6;8)$. Vektory jsou lineárně závislé, přímky jsou rovnoběžné. Bod z první rovnice $[-5;3]$ dosadíme do druhé a zjistíme, zda na ní taky leží (a přímky jsou totožné):

$$\begin{aligned} -5=3-6\cdot r \Rightarrow r=\frac{4}{3} \\ 3=2+8\cdot r \Rightarrow r=\frac{1}{8} \end{aligned}$$ => parametry nejsou stejné, přímky jsou rovnoběžné různé

Příklad 2:

Určete vzájemnou polohu přímek daných rovnicemi $3\cdot x-2\cdot y+5=0$ *a* $x=17-6\cdot t; y=28-9\cdot t$

První přímka mě normálový vektor $(3;-2)$, druhá má směrový vektor $(-6;-9)$. Jsou-li rovnoběžné, pak by měly být tyto vektory na sebe kolmé, tedy skalární součin by měl být nula:
$3\cdot(-6)-2\cdot(-9)=-18+18=0$

Zda jsou totožné, zjistíme dosazením bodu z jedné přímky do rovnice pro druhou přímku. Vezmeme bod $[17;28]$ a dosadíme do rovnice první přímky: $3\cdot 17-2\cdot 28+5=51-56+5=0$, což vychází. Přímky jsou totožné.

Příklad 3:

Určete vzájemnou polohu přímek daných rovnicemi $3\cdot x+2\cdot y-7=0$ *a* $x=7+5\cdot t; y=8-9\cdot t$

První přímka mě normálový vektor $(3;2)$, druhá má směrový vektor $(5;-9)$. Jsou-li rovnoběžné, pak by měly být tyto vektory na sebe kolmé, tedy skalární součin by měl být nula: $3\cdot 5+2\cdot(-9)=15-18=-3$
Nejsou rovnoběžné, jsou různoběžné. A jsou-li různoběžné, pak mají průsečík – body, který leží na obou přímkách. Ten zjistíme například tak, že do první rovnice dosadíme za x a y z druhé rovnice. Zjistíme parametr t a z něj spočítáme hodnoty průsečíku:

$$\begin{aligned} 3\cdot(7+5\cdot t)+2\cdot(8-9\cdot t)-7&=0 \\ 21+15\cdot t+16-18\cdot t-7&=0 \\ 30-3\cdot t&=0 \\ t&=10 \end{aligned} \quad => \quad \begin{aligned} x&=7+5\cdot 10=57 \\ y&=8-9\cdot 10=8-90=-81 \end{aligned}$$

Průsečíkem je bod $[57;-81]$

Příklad 4:

Zjistěte vzájemnou polohu přímek daných rovnicemi:

a) $x=t; y=3+t$ a $x+2y+3=0$	různoběžné
b) $x=-6+7t; y=5-2t$ a $y=\frac{2}{7}x+6$	různoběžné
c) $x=1+5t; y=-5+2t$ a $x=-2+10r; y=3+4r$	rovnoběžné různé
d) $2x+y-4=0$ a $5x+4y+2=0$	různoběžné
e) $7x-3y+2=0$ a $21x+9y+6=0$	rovnoběžné totožné
f) $2x-3y+4=0$ a $y=-3x+4$	různoběžné
g) $x=1+5t; y=-5+2t$ a $y=-0{,}4x-5{,}4$	rovnoběžné totožné
h) $y=7x+5$ a $y=-4x+4$	různoběžné