Obecná rovnice přímky

Je dán bod A [a_1; a_2] a vektor kolmý na přímku (normálový vektor) $\vec{n}_v=(n_{v1};n_{v2})$.
a) Jakýkoliv bod X na přímce procházející bodem A a určené vektorem směřujícím rovnoběžně s přímkou zapíšeme parametricky $X=A+t\cdot\vec{v}, t\in\mathbb{R}$ Vektor $\vec{v}$ je kolmý na vektor $\vec{n}_v$, jeho rozměry mohou být například $\vec{v}=(-n_{v2};n_{v1})$. Pak rozepsaně pro souřadnice bodu X dostaneme dvě rovnice:
$\begin{array}{l} x=a_1-t\cdot n_{v2} \\ y=a_2+t\cdot n_{v1} \end{array}$. Abychom se zbavili parametru t a spojili obě rovnice do jedné, vynásobíme první rovnici hodnotou n_{v1} a druhou rovnici hodnotou n_{v2} . Dostaneme:
$\begin{array}{l} n_{v1}\cdot x=n_{v1}\cdot a_1-t\cdot n_{v2}\cdot n_{v1} \\ n_{v2}\cdot y=n_{v2}\cdot a_2+t\cdot n_{v1}n_{v2} \end{array}$ a po jejich sečtení dostaneme obecnou rovnici přímky
$n_{v1}\cdot x+n_{v2}\cdot y-n_{v1}\cdot a_1-n_{v2}\cdot a_2$.
b) Vektor určený bodem A a bodem $X[x,y]$, který na přímce leží, musí být kolmý na vektor $\vec{n}_v$.
Můžeme využít skalárního součinu, který je pro dva kolmé vektory nulový: $\vec{n}_v\cdot\overrightarrow{AX}=0$.
$\overrightarrow{AX}=(x-a_1, y-a_2)$, $(n_{v1};n_{v2})\cdot(x-a_1;y-a_2)=0$ a dostaneme rovnici $n_{v1}\cdot(x-a_1)+n_{v2}\cdot(y-a_2)=0$. To je stejná rovnice jako v předchozím způsobu řešení: $n_{v1}\cdot x+n_{v2}\cdot y-n_{v1}\cdot a_1-n_{v2}\cdot a_2$.
Pokud označíme souřadnice normálového vektoru $\vec{n}_v=(a,b)$ a výraz $-n_{v1}\cdot a_1-n_{v2}\cdot a_2$ nahradíme parametrem c , pak **obecnou rovnici přímky** zapíšeme jednodušeji jako $a\cdot x+b\cdot y+c=0$.

Příklad 1:

Je dán bod $C[5;-4]$ *a směrový vektor* $\vec{v}=(-5;5)$ *. Sestavte obecnou rovnici přímky procházející bodem C se směrovým vektorem* $\vec{v}$.

a) $\begin{array}{l} c: x=5-5\cdot t, \\ y=-4+5\cdot t, t\in\mathbb{R} \end{array}$. Sečteme rovnice a dostaneme $x+y=1\Rightarrow x+y-1=0$.
b) Nebo můžeme z vektoru $\vec{v}$ udělat normálový vektor $\vec{n}_v=(5;5)$. Pak můžeme dosadit do obecné rovnice za $a=5$ a $b=5$: $5\cdot x+5\cdot y+c=0$. Dosadíme-li za x, y souřadnice bodu C, spočítáme parametr c:
$5\cdot5+5\cdot(-4)+c=0\Rightarrow c=-5$. Rovnice tak má tvar $5\cdot x+5\cdot y-5=0$.
Není to jiná rovnice? Ne, stačí vydělit ji 5 a už máme stejný tvar.

Poznámka:

Parametr	Rovnice	Význam
$a=0$	$b\cdot y+c=0$	přímka je rovnoběžná s osou x
$b=0$	$a\cdot x+c=0$	přímka je rovnoběžná s osou y
$c=0$	$a\cdot x+b\cdot y=0$	přímka prochází středem soustavy souřadnic
$a=0\wedge b=0$	$c=0$	nesmysl
$a=0\wedge c=0$	$b\cdot y=0$	osa x
$b=0\wedge c=0$	$a\cdot x=0$	osa y

Příklad 2:

Napište rovnici přímky procházející bodem H[3; 7], která:
a) je rovnoběžná s osou x
b) je rovnoběžná s osou y
c) prochází středem soustavy souřadnic
d) je rovnoběžná s přímkou $2\cdot x-4\cdot y+7=0$

Příklad 3:

Napište obecnou rovnici přímky $a: x=-9+12\cdot t, y=6-15\cdot t, t\in\mathbb{R}$.

Příklad 4:

Napište obecnou rovnici přímky rovnoběžné s přímkou $b: x=7+5\cdot t,\ y=5-6\cdot t,\ t\in\mathbb{R}$ a procházející bodem $D[0;7]$.

Příklad 5:

Rozhodněte, zda na přímce $6\cdot x-9\cdot y+5=0$ leží body:
$I[2;2], J\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right], K\left[-\frac{5}{12};\frac{5}{6}\right], L\left[\frac{1}{6};-\frac{4}{9}\right]$

Příklad 6:

Napište obecnou rovnici přímky procházející bodem M [2; -5], která je:
a) rovnoběžná s přímkou $a: x=4-3\cdot t,\ y=3+t,\ t\in\mathbb{R}$,
b) kolmá na přímkou b s obecnou rovnicí $5\cdot x-4\cdot y+6=0$,
c) rovnoběžná s přímkou c s obecnou rovnicí $-3\cdot x+8\cdot y-7=0$
d) kolmá na přímku $d: x=-9+2\cdot t,\ y=6,\ t\in\mathbb{R}$