Spoření = pravidelné ukládání (pro zjednodušení stejných) částek

K_0 vkládaná částka

vkládaná částka na začátku roku se zúročí:

$$K_{12}=K_0\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

vkládaná částka o měsíc později se zúročí:

$$K_{11}=K_0\left(1+\frac{11}{12}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

a o čtyři měsíce později:

$$K_7=K_0\left(1+\frac{7}{12}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

a poslední měsíc v roce:

$$K_1=K_0\left(1+\frac{1}{12}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

Za celý rok sečteme (12× stejná částka a součet 1/12 + 2/12 + … + 12/12 = 12/2 (1+13))

$$\Sigma K_i=K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

A tato částka se, v případě delšího časového úseku, než je jeden rok, bude dále úročit.

Pro druhý rok:

$$K_{dva\,roky}=K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

K ní přibude nově naspořená částka:

$$\Sigma K_i=K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$$

Pro třetí rok:

$$K_{celkem}=K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)^2+K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)+K_0\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\right)$$

To je geometrická posloupnost, součet za jeden rok je první člen, koeficient umocňovaná závorka. Tedy uspořená částka bude za n let:

$$S_{celkem}=K_0\cdot\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)^n-1}{\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)-1}=K_0\cdot\left(12+\frac{13}{2}\cdot\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)^n-1}{\left(\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)}$$

Umoření úvěru pravidelnými splátkami

Úvěr K_0, splátka s, p_a úroková sazba, d daň z úroku

Úvěr za n let stoupne o složené úročení: $K=K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^n$

Pravidelné splátky jsou také zatíženy úročením, kromě poslední, kterou se splatí zbytek

Po prvním roce vzroste úvěr na $K_1=K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)$ a sníží se o první splátku s, tudíž se v druhém roce bude splácet $K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)-s$

Po druhém roce vzroste úvěr na $\left(K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)-s\right)\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)$ a sníží se o další splátku s, tudíž:

$$\left(K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)-s\right)\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)-s=K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^2-s\cdot\left(1+\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)\right)$$

Po třetím roce vzroste úvěr na $\left(K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^2-s\cdot\left(1+\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)\right)\right)\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)$ a sníží se o další splátku s, tudíž:

$$K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^3-s\cdot\left(1+\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)+\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^2\right)$$

Po n letech bude úročený součet splátek (v závorce je geometrická posloupnost s kvocientem $q=\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)$, tudíž součet bude $\Sigma s=s\cdot\frac{\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)^n-1}{\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}}$

$$s\cdot\frac{\left(1+\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}\right)^n-1}{\frac{100-d}{100}\cdot\frac{p_a}{100}}=K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^n$$

Odtud už je jen krůček ke vztahu:

$$s=K_0\cdot\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^n\cdot\frac{\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}}{\left(1+\frac{p_a}{100}\cdot\frac{100-d}{100}\right)^n-1}$$