

Soustava lineární a kvadratické rovnice

Řešením soustavy n rovnic o n neznámých je, pokud má soustava řešení, buď uspořádaná n -tice čísel nebo nekonečně mnoho řešení svázaných určitými vztahy (obvykle jednu neznámou volím libovolně a ostatní podle ní dopočítám).

Soustava lineární a kvadratické rovnice bude soustavou dvou rovnic o dvou neznámých. Budeme ji řešit dosazovací metodou. Z lineární rovnice vyjádříme jednu neznámou a dosadíme do druhé, kvadratické rovnice. Dostaneme zpravidla kvadratickou rovnici, kterou řešit umíme. Získanou neznámou dosadíme do lineární rovnice (obvykle té upravené) a získáme druhou neznámou.

Zkouška, která není součástí řešení, se provádí dosazením do původních rovnic.

Příklad 1:

$$\begin{aligned}x^2 - 3 \cdot y^2 &= -2 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot y &= 19\end{aligned}$$

Řešení

Z lineární rovnice si vyjádříme jednu neznámou, třeba x : $x = \frac{19 - 3 \cdot y}{2}$ a dosadíme za x do kvadratické rovnice:

$\left(\frac{19 - 3 \cdot y}{2}\right)^2 - 3 \cdot y^2 = -2$ Zlomek umocníme tak, že umocníme zvlášť číselník a jmenovatel. Ve jmenovateli bude 4, což je číslo, kterým se vyplatí vynásobit celou rovnici (levou a pravou stranu). Dostaneme:

$$(19 - 3 \cdot y)^2 - 12 \cdot y^2 = -8$$

$$361 - 114 \cdot y + 9 \cdot y^2 - 12 \cdot y^2 + 8 = 0$$

$$369 - 114 \cdot y - 3 \cdot y^2 = 0$$

Pro řešení použijeme vzorec pro řešení kvadratické rovnice, $a = -3$; $b = -114$; $c = 369$

$$D = (-114)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 369 = 17\,424$$

$$y_{1,2} = \frac{114 \pm 132}{-6} \Rightarrow y_1 = 3; y_2 = -41$$

Dosazením do vyjádření z lineární rovnice dopočítáme příslušné x : $x_1 = 5$; $x_2 = 71$

Množina řešení: $P = \{[5; 3][71; -41]\}$

Příklad 2:

$$\begin{aligned}(x+1)^2 - (y-2)^2 &= 16 \\ 5 \cdot x - 3 \cdot y &= 9\end{aligned}$$

Řešení

Z lineární rovnice si vyjádříme jednu neznámou, třeba x : $x = \frac{9 + 3 \cdot y}{5}$ a dosadíme za x do kvadratické rovnice:

$$\left(\frac{9 + 3 \cdot y}{5} + 1\right)^2 - (y - 2)^2 = 16$$

$$\left(\frac{9 + 3 \cdot y + 5}{5}\right)^2 - (y - 2)^2 = 16$$

$$\frac{(14 + 3 \cdot y)^2}{25} - (y - 2)^2 = 16$$

rovnici vynásobíme 25 (obě strany) a dostaneme $196 + 84 \cdot y + 9 \cdot y^2 - 25(y^2 - 4 \cdot y + 4) = 16 \cdot 25$

$$196 + 84 \cdot y + 9 \cdot y^2 - 25 \cdot y^2 + 100 \cdot y - 100 - 400 = 0$$

$$-16 \cdot y^2 + 184 \cdot y - 304 = 0$$

$$-2 \cdot y^2 + 23 \cdot y - 38 = 0$$

$$D = 23^2 - 8 \cdot 38 = 529 - 304 = 225$$

$$y_{1,2} = \frac{-23 \pm 15}{-4} \Rightarrow y_1 = \frac{19}{2} \wedge y_2 = 2$$

Dopočítáme x: $x_1 = \frac{15}{2} \wedge x_2 = 3$

$$P = \left\{ [3; 2]; \left[\frac{15}{2}; \frac{19}{2} \right] \right\}$$