Analytická geometrie

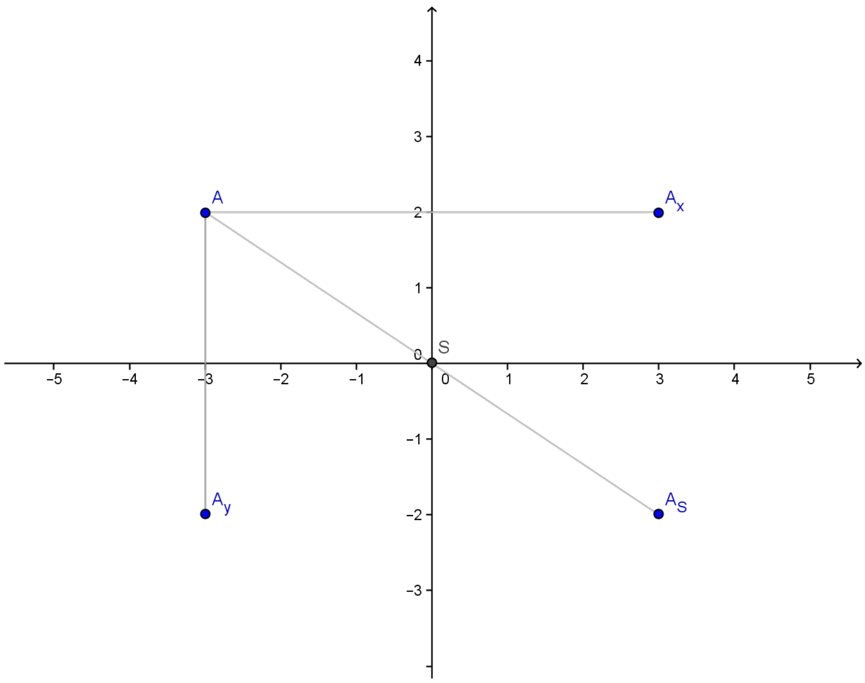
Soustavy souřadnic

Už při seznámení s funkcemi jsme se setkali se soustavami souřadnic. Zjednodušeně řečeno představují grafický způsob zápisu či znázornění bodů. V rovině nejčastěji s pomocí dvou na sebe kolmých os, které se protínají v počátku soustavy souřadnic. Osa vodorovná je označena x, směrem doleva má záporná čísla, směrem doprava kladná čísla, osa svislá je označena y, směrem dolů má záporná čísla, směrem nahoru kladná čísla. Osy mají stejné měřítko.

Body tak mají dvě souřadnice, určené vzdáleností rovnoběžek od os x a y, v českých zemích se souřadnice zapisují do hranatých závorek, první souřadnice je x-ová, druhá y-ová. Body na ose x tak mají první souřadnici nějaké konkrétní číslo a druhou souřadnici nulovou (Příklad [-5; 0]), body na ose y obráceně – první souřadnici mají nulovou a druhou nějaké konkrétní číslo (Příklad [0; 1,7]).

Souměrnost

Hledáme-li k bodům souměrně sdružené body, stačí při osové souměrnosti podle os x a y změnit znamínko vždy té druhé souřadnice, než je osa souměrnosti (při osové souměrnosti podle osy x jsou x-ové souřadnice stejné, při osové souměrnosti podle osy y jsou y-ové souřadnice stejné). Při středové souměrnosti se změní obě znamínka.



Střed úsečky – bod mezi dvěma body

Máme-li dva body (A [a_1, a_2], B [b_1, b_2]), můžeme najít bod, který se nachází přesně mezi nimi, střed úsečky vymezené těmito dvěma body – S_{AB}. Vzdálenost tohoto bodu od krajních bodů je dána polovinou vzdálenosti obou bodů. Zjednodušeně (tím myslím, že si můžeme rozdělit situaci na možnosti, že první souřadnice prvního bodu je více vlevo, …) dojdeme k závěru, že souřadnice tohoto bodu jsou $\left[\frac{a_1+b_1}{2};\frac{a_2+b_2}{2}\right]$.

Vzdálenost bodů

Jsou-li body pouze na jedné ose, je jejich vzdálenost dána absolutní hodnotou $|AB|=|b-a|$. Jsou-li body v dvourozměrné soustavě souřadnic, je jejich vzdálenost dána Pythagorovou větou, kde odvěsny jsou rozdíly x-ových a y-ových souřadnic: $|AB|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$. V prostoru je vzdálenost „úhlopříčkou v kvádru“: $|AB|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$.

Příklad 1:

Najděte k bodu F[-5; 7] bod osově souměrný podle osy x.

Příklad 2:

Najděte k bodu D[14; -9] bod osově souměrný podle osy y.

Příklad 3:

Najděte k bodu F[-8; -2] bod středově souměrný podle počátku soustavy souřadnic.

Příklad 4:

Určete vzdálenost bodů K [-7; 5], L [28; -7].

Příklad 5:

Najděte na ose y bod M, který má od bodu N [-8; 3] vzdálenost 10.

Příklad 6:

Je dán rovnoběžník ABCD. Vyznačte v něm střed S a body E, F, G, H, které jsou po řadě středy stran AB, BC, CD, DA. Pak určete bod X, pro který platí:

a) $\vec{AX} = \vec{AB} + \vec{AD}$

b) $\vec{SX} = \vec{SH} - \vec{SG}$

c) $\vec{SX} = \vec{SG} - \vec{SF} + \vec{SE}$

d) $\vec{SX} = \vec{BS} + \frac{1}{2} \cdot \vec{BC}$

Příklad 7:

Jaké souřadnice má střed úsečky AB, jsou-li A[-8; 9] a B [6; -3].

Příklad 8:

Trojúhelník ABC je dán body A [9; 7], B [6; -2], C [13; 1]. Rozhodněte, zda je pravoúhlý, určete jeho obsah a délku těžnice t_c.

Orientovaná úsečka

Body určují úsečku, pokud jeden prohlásíme za počátek, druhý za konec, získáme orientovanou úsečku – ta se vyznačuje **velikostí**, danou délkou úsečky, a **směrem**, daným od počátečního bodu ke koncovému bodu.