Sčítání a odčítání lomených výrazů

Pomalu se začíná úročit všechna přípravná práce. Podobně jako zlomky i u lomených výrazů můžeme napsat jednu zlomkovou čáru a vytvořit jeden výraz z čitatelů, jsou-li u všech lomených výrazů stejné jmenovatele. A stejných jmenovatelů dosáhneme pomocí rozšiřování/krácení, které jsme si vysvětlili minulý týden.

Jsou-li ve jmenovatelích jen čísla, je to úplně stejné řešení jako u zlomků.

Příklad 1: Sečtěte zlomky $q+\frac{q}{2}-\frac{q}{5}$.

Řešení: Čísla 2 a 5 jsou nesoudělná, nemají společného dělitele, musím tedy každý zlomek vynásobit jejich součinem, který je nejmenším společným násobkem. Jednotlivé zlomky můžeme upravit tak, aby jmenovatelem bylo 10:

$$\frac{q}{1}\cdot\frac{10}{10}+\frac{q}{2}\cdot\frac{10}{10}-\frac{q}{5}\cdot\frac{10}{10}=\frac{10\cdot q}{10}+\frac{5\cdot q}{10}-\frac{2\cdot q}{10}=\frac{10\cdot q+5\cdot q-2\cdot q}{10}=\frac{13\cdot q}{10}$$

U zlomků nesmíme zapomenout, že s čitatelem pracujeme jako s jedním výrazem s proměnnou, *vyskytuje-li se před ním minus, budou se měnit znaménka*:

Příklad 2: Sečtěte zlomky $\frac{a-1}{5}-\frac{5-a}{3}+\frac{4-a}{4}$.

Řešení: Čísla 5, 3, 4 jsou nesoudělná, musím každý zlomek vynásobit jejich součinem 60, který se u každého zlomku zkrátí se stávajícím jmenovatelem:

$$\frac{5\cdot3\cdot4}{60}\cdot\frac{a-1}{5}-\frac{5\cdot3\cdot4}{60}\cdot\frac{5-a}{3}+\frac{5\cdot3\cdot4}{60}\cdot\frac{4-a}{4}=\frac{3\cdot4\cdot(a-1)}{60}-\frac{5\cdot4\cdot(5-a)}{60}+\frac{5\cdot3\cdot(4-a)}{60}$$

$$\frac{12\cdot a-12}{60}-\frac{100-20\cdot a}{60}+\frac{60-15\cdot a}{60}=\frac{12\cdot a-12-(100-20\cdot a)+60-15\cdot a}{60}$$

$$\frac{-3\cdot a+48-100+20\cdot a}{60}=\frac{17\cdot a-52}{60}$$

Pamatujete si ještě? Lomené výrazy jsou výrazy s proměnnou ve jmenovateli. Zatím jsme pracovali s výrazy s proměnnou ve tvaru zlomku, teď přecházíme k lomeným výrazům. Musíme vždy stanovit podmínky řešení. Nejlépe začít rozkladem jmenovatelů na součin, stanovením podmínek, nalezením společného nejmenšího násobku výrazů ve jmenovatelích, rozšířením nebo krácením lomených výrazů tak, aby měly stejného jmenovatele a jejich převedením na jeden lomený výraz. Nezapomenout na znaménka před výrazy:

Příklad 3: Sečtěte lomené výrazy $\frac{x+1}{x^2-1}-\frac{5\cdot x+5}{(x+1)^2}-\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$.

Řešení: Všechny výrazy, pokud to jde, upravíme na součin:
$\frac{x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}-\frac{5\cdot(x+1)}{(x+1)\cdot(x+1)}-\frac{(x-1)\cdot(x+1)}{(x-1)\cdot(x-1)}$. Ve jmenovatelích se vyskytují jen dva výrazy $(x+1)$ a $(x-1)$, z nich plynou podmínky $x\neq-1$ a $x\neq1$.

Kde se dá krátit, zkrátíme původní lomené výrazy: $\frac{1}{x+1}-\frac{5}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}$

Nejmenším společným násobkem výrazů $(x+1)$ a $(x-1)$ je x^2-1 . Tím vynásobíme každý lomený výraz $\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x^2-1)}\cdot\frac{1}{x+1}-\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x^2-1)}\cdot\frac{5}{x+1}-\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x^2-1)}\cdot\frac{x+1}{x-1}$ a

upravíme: $\frac{x-1}{x^2-1}-\frac{(x-1)\cdot5}{x^2-1}-\frac{(x+1)^2}{x^2-1}=\frac{x-1-5\cdot(x-1)-(x+1)^2}{x^2-1}$

Teď můžeme upravit jmenovatele: $\dfrac{x-1-5\cdot x+5-x^2-2\cdot x-1}{x^2-1}=\dfrac{-x^2-6\cdot x+3}{x^2-1}$

Příklad 4: Sečtěte lomené výrazy $\dfrac{2\cdot a+3\cdot b}{3\cdot a+2\cdot b}+\dfrac{5\cdot a-4\cdot b}{2\cdot b-3\cdot a}-\dfrac{a^2-b^2}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}$.

Řešení: Všechny výrazy, pokud to jde, upravíme na součin:
$\dfrac{2\cdot a+3\cdot b}{3\cdot a+2\cdot b}+\dfrac{5\cdot a-4\cdot b}{2\cdot b-3\cdot a}-\dfrac{(a-b)\cdot(a+b)}{(3\cdot a-2\cdot b)\cdot(3\cdot a+2\cdot b)}$ . . Ve jmenovatelích se vyskytují jen dva výrazy $3\cdot a+2\cdot b$ a $2\cdot b-3\cdot a$, druhý výraz se od výrazu $3\cdot a-2\cdot b$ liší jen vynásobením -1 .
Z toho vyplývají podmínky $a\neq-\dfrac{2}{3}\cdot b$ a $a\neq\dfrac{2}{3}\cdot b$.

Výraz $2\cdot b-3\cdot a$ upravíme na $3\cdot a-2\cdot b$ vytknutím -1 , tedy $-(3\cdot a-2\cdot b)$. Nejmenším společným násobkem jmenovatelů je $(9\cdot a^2-4\cdot b^2)$:

$$\frac{(3\cdot a-2\cdot b)\cdot(3\cdot a+2\cdot b)}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}\cdot\frac{2\cdot a+3\cdot b}{3\cdot a+2\cdot b}+\frac{(3\cdot a-2\cdot b)\cdot(3\cdot a+2\cdot b)}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}\cdot\frac{5\cdot a-4\cdot b}{-(3\cdot a-2\cdot b)}-\frac{a^2-b^2}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}$$

$$\frac{(3\cdot a-2\cdot b)\cdot(2\cdot a+3\cdot b)}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}+\frac{(3\cdot a+2\cdot b)\cdot(5\cdot a-4\cdot b)}{-(9\cdot a^2-4\cdot b^2)}-\frac{a^2-b^2}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}$$

$$\frac{(3\cdot a-2\cdot b)\cdot(2\cdot a+3\cdot b)-(3\cdot a+2\cdot b)\cdot(5\cdot a-4\cdot b)-(a^2-b^2)}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}$$

$$\frac{4\cdot a^2+5\cdot a\cdot b-5\cdot b^2-15\cdot a^2+22\cdot a\cdot b+8\cdot b^2}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}=\frac{-9\cdot a^2+27\cdot a\cdot b+3\cdot b^2}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}=\frac{3\cdot(-3\cdot a^2+9\cdot a\cdot b+b^2)}{9\cdot a^2-4\cdot b^2}$$

Učebnice str. 84 – 87, Sbírka str. 66/2.78 a dál