

Doporučený postup pro řešení rovnic

1. Nacházejí-li se v rovnici zlomky, vynásobíme obě strany jejich nejmenším společným násobkem
2. Rovnici upravíme do tvaru $c \cdot x + d = e \cdot x + f$, kde c, d, e, f jsou reálná čísla.
3. Rovnici převedeme do tvaru $a \cdot x = -b$, ze které určíme neznámou x .
4. Provedeme zkoušku (která není součástí řešení), abychom se pokusili vyloučit chyby z řešení.
5. Zapišeme množinu řešení P .

Poznámka: Tento postup je univerzální, v mnoha případech můžeme postupovat jednodušeji.

$$1. \quad 2 \cdot (x-1) - 3 \cdot (x-2) + 4 \cdot (x-3) = 2 \cdot (x+5)$$

$$2. \quad 5 \cdot x - 4 + 2 \cdot (3 - 2 \cdot x) = 2 \cdot x - 7$$

$$3. \quad 2 \cdot (x+5) = 4 \cdot (x-3) - 3 \cdot (x-2) + 2 \cdot (x+1)$$

$$4. \quad \frac{3-2 \cdot y}{5} + 8 = \frac{5+2 \cdot y}{2} - 2$$

$$5. \quad 5 - \frac{y}{3} = \frac{7}{2} - \frac{4 \cdot y + 1}{8}$$

Řešení:

$$1. \quad P = \{18\}$$

$$2. \quad P = \{9\}$$

$$3. \quad P = \{14\}$$

$$4. \quad P = \left\{ \frac{81}{14} \right\}$$

$$5. \quad P = \left\{ -\frac{39}{4} \right\}$$

$$1. \quad 5,4 - \frac{y}{0,2} = \frac{3 \cdot y}{0,5} - 4$$

2. Řešte rovnici $a \cdot x + 3 = 5 - 3 \cdot a$ pro $a=1; 5; -3; 0$

3. Určete všechna reálná čísla b , pro které rovnice $4 + \frac{2 \cdot b \cdot x}{5} = -3 \cdot b \cdot x$ nemá žádné řešení.

$$\begin{array}{lcl}
5,4 - \frac{y}{0,2} = \frac{3 \cdot y}{0,5} - 4 & \vdots & \cdot 0,2 \cdot 0,5 \\
0,54 - 0,5 \cdot y = 0,6 \cdot y - 0,4 & \vdots & \cdot 100 \\
54 - 50 \cdot y = 60 \cdot y - 40 & \vdots & + 50 \cdot y + 40 \\
1. \quad 94 = 110 \cdot y & \vdots & /110 \\
\frac{94}{110} = y & & \\
y = \frac{47}{55} & &
\end{array}$$

$$P = \left\{ \frac{47}{55} \right\}$$

$$\text{Zkouška: } l\left(\frac{47}{55}\right) = 5,4 - \frac{47}{55 \cdot 0,2} = 5,4 - \frac{47}{11} = \frac{5,4 \cdot 11 - 47}{11} = \frac{59,4 - 47}{11} = \frac{12,4}{11} = \frac{124}{110} = \frac{62}{55}$$

$$p\left(\frac{47}{55}\right) = \frac{3 \cdot 47}{55 \cdot 0,5} - 4 = \frac{141}{27,5} - 4 = \frac{1410}{275} - 4 = \frac{282}{55} - 4 = \frac{282 - 4 \cdot 55}{55} = \frac{282 - 220}{55} = \frac{62}{55}$$

2. Řešte rovnici $a \cdot x + 3 = 5 - 3 \cdot a$ pro $a=1; 5; -3; 0$

$$\begin{array}{l}
a=1: x+3=5-3 \\
a=5: 5 \cdot x+3=5-15 \\
a=-3: -3 \cdot x+3=5+9 \\
a=0: 0 \cdot x+3=5-0
\end{array}$$

$$P(1) = \{-1\}, P(5) = \left\{ -2 \frac{3}{5} \right\}, P(-3) = \left\{ 3 \frac{2}{3} \right\}, P(0) = \{\}$$

3. Určete všechna reálná čísla b , pro které rovnice $4 + \frac{2 \cdot b \cdot x}{5} = -3 \cdot b \cdot x$ nemá žádné

řešení.

$$4 + \frac{2 \cdot b \cdot x}{5} = -3 \cdot b \cdot x \quad \vdots \quad \cdot 5$$

$$20 + 3 \cdot b \cdot x = -15 \cdot b \cdot x \quad \vdots \quad -3 \cdot b \cdot x$$

$$20 = -18 \cdot b \cdot x$$

diskuse: Aby rovnice neměla řešení, musím na obou stranách za všech okolností (tedy pro všechna možná $x \in \mathbb{R}$) zajistit, aby levá a pravá strana měly různou hodnotu. Bude-li $b \neq 0$, pak mohu rovnici vydělit $-18 \cdot b$ a dostanu řešení $x = \frac{20}{-18 \cdot b}$. Pro $b=0$ (jediná možnost, která zbývá) dostávám vlevo 20 a vpravo 0. To nemá smysl, tedy pro $b=0$ rovnice nemá žádné řešení.

$$\text{Zkouška: } l(1) = \frac{2 \cdot 1}{1+3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1; p(1) = 1$$

$$3. \text{ pro } x \neq 0 \quad \frac{-5}{7 \cdot x} + 1 = \frac{11}{9} \quad \vdots \quad \cdot (7 \cdot x) \cdot 9$$

$$\begin{aligned} -45 + 63 \cdot x &= 77 \cdot x & \vdots & -63 \cdot x \\ -45 &= 14 \cdot x & \vdots & /14 \end{aligned}$$

$$x = -\frac{45}{14}$$

$$P = \left\{ -\frac{45}{14} \right\}$$

$$\text{Zkouška: } l\left(-\frac{45}{14}\right) = \frac{-5}{7 \cdot \left(-\frac{45}{14}\right)} + 1 = \frac{-5}{-\frac{45}{2}} + 1 = \frac{10}{45} + 1 = \frac{2}{9} + \frac{9}{9} = \frac{11}{9}; p\left(-\frac{45}{14}\right) = \frac{11}{9}$$

$$4. \text{ pro } a \neq -1 \quad \frac{a-1}{a+1} = 0 \quad \vdots \quad \cdot (a+1)$$

$$a-1 = 0 \quad \vdots \quad +1$$

$$a = 1$$

$$P = \{1\}$$

$$\text{Zkouška: } l(1) = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0; p(1) = 0$$

$$5. \text{ pro } x \neq -2 \quad \frac{2 \cdot x - 4}{x+2} = 6 \quad \vdots \quad \cdot (x+2)$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x - 4 &= 6 \cdot x + 12 & \vdots & -2 \cdot x - 12 \\ -16 &= 4 \cdot x & \vdots & /4 \end{aligned}$$

$$x = -4$$

$$P = \{-4\}$$

$$\text{Zkouška: } l(-4) = \frac{2 \cdot (-4) - 4}{-4+2} = \frac{-12}{-2} = 6; p(-4) = 6$$

$$6. \text{ pro } x \neq \pm \frac{1}{3} \quad \frac{12}{1-9 \cdot x^2} = \frac{1-3 \cdot x}{1+3 \cdot x} + \frac{1+3 \cdot x}{3x-1} \quad \vdots \quad \cdot (1-3 \cdot x) \cdot (1+3 \cdot x)$$

$$12 = (1-3 \cdot x)^2 - (1+3 \cdot x)^2$$

$$12 = 1 - 6 \cdot x + 9 \cdot x^2 - 1 - 6 \cdot x - 9 \cdot x^2$$

$$12 = -12 \cdot x \quad \vdots \quad (-12)$$

$$x = -1$$

$$P = \{-1\}$$

Zkouška:

$$l(-1) = \frac{12}{1-9 \cdot 1} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}; p(-1) = \frac{1-3 \cdot (-1)}{1+3 \cdot (-1)} + \frac{1+3 \cdot (-1)}{3 \cdot (-1)-1} = \frac{4}{-2} + \frac{-2}{-4} = -\frac{4}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$