

1. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{a-1}{a+1}=0$

Dole nesmí být nula $a \neq -1$; zlomek se rovná nule, je-li čítec roven nule $\Rightarrow a=1$

2. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{2 \cdot x - 4}{x + 2} = 6$

Po vynásobení rovnice $x+2$ ($x \neq -2$) dostaneme rovnici
 $2x - 4 = 6x + 12 \Rightarrow 4x = -16 \Rightarrow x = -4$

3. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{1}{(3-2 \cdot x)^2} = \frac{3}{9-4 \cdot x^2} + \frac{4}{(3+2 \cdot x)^2}$

Společným jmenovatelem (tedy tím, čím musím vynásobit obě strany rovnice ($x \neq \pm \frac{3}{2}$)) je $(3-2x)^2(3+2x)^2$,

dostaneme rovnici: $9+12x+4x^2=27-12x^2+36-48x+16x^2$

$$60x=54 \Rightarrow x=0,9$$

4. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $3:4x=4:5$

$$x = \frac{15}{16}$$

5. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{3 \cdot x + 1}{x - 2} = 2$

Po vynásobení rovnice $x-2$ ($x \neq 2$) dostaneme rovnici
 $3x+1=2x-4 \Rightarrow x=-5$

6. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{5 \cdot t - 20}{t - 4} = 9$

Po vynásobení rovnice $t-4$ ($t \neq 4$) dostaneme rovnici
 $5t-20=9t-36 \Rightarrow 4t=16 \Rightarrow t=4$ rovnice nemá řešení

7. V množině \mathbb{R} řešte rovnici:

$$\frac{2}{(1-3 \cdot x) \cdot (3 \cdot x + 11)} = \frac{1}{(3 \cdot x - 1)^2} - \frac{3}{(3 \cdot x + 11)^2}$$

$$(3x-1)^2 = (1-3x)^2 ; (1-3x) = -(3x-1)$$

$$2 \cdot (1-3x)(3x+11) = (3x+11)^2 - 3(3x-1)^2$$

$$-18x^2 - 60x + 22 = 9x^2 + 66x + 121 - 27x^2 + 18x - 3 \quad x \neq \frac{1}{3}; x \neq -\frac{11}{3}$$

$$96 = 144x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

8. V množině \mathbb{R} řešte rovnici:

$$(3 \cdot x + 1) : (5 \cdot x - 2) = 2 \cdot (3 \cdot x + 14) : 5 \cdot (2 \cdot x + 7)$$

$$(15x+5)(2x+7) = (6x+28)(5x-2)$$

$$30x^2 + 115x + 35 = 30x^2 + 128x - 56 \quad x \neq \frac{2}{5}; x \neq -\frac{7}{2}$$

$$91 = 13x \Rightarrow x = 7$$

9. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $|x| - |x-1| = 2$

$$\langle -\infty; 0 \rangle \quad -x + x - 1 = 2 \quad \text{nemá řešení}$$

$$\langle 0; 1 \rangle \quad x + x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \quad \text{není řešení}$$

$$\langle 1; \infty \rangle \quad x - x + 1 = 2 \quad \text{není řešení}$$

10. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $|(x-3) \cdot (x-2)| = 0$

Řešení: $x=2; 3$

11. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $|x-2| + |x+2| = 2 \cdot x + 2$

$$\langle -\infty; -2 \rangle \quad -x + 2 - x - 2 = 2x + 2 \Rightarrow -2 = 4x \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{není řešení}$$

$$\langle -2; 2 \rangle \quad -x + 2 + x + 2 = 2x + 2 \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1 \quad \text{je řešení}$$

$$\langle 2; \infty \rangle \quad x - 2 + x + 2 = 2x + 2 \Rightarrow 0 = 2 \quad \text{nemá řešení}$$

12. V množině \mathbb{R} řešte rovnici: $|x+2| - 2 \cdot |2 \cdot x + 4| = |3 \cdot x - 1|$

$$\langle -\infty; -2 \rangle \quad -x - 2 + 4x + 8 = -3x + 1 \Rightarrow 6x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{6} \quad \text{není řešení}$$

$$\left\langle -2; \frac{1}{3} \right\rangle \quad x + 2 - 4x - 8 = -3x + 1 \Rightarrow -6 = 1 \quad \text{nemá řešení}$$

$$\left\langle \frac{1}{3}; \infty \right\rangle \quad x + 2 - 4x - 8 = 3x - 1 \Rightarrow 5 = 6x \Rightarrow x = \frac{5}{6} \quad \text{je řešení}$$

13. Která přirozená čísla vyhovují nerovnici:

$$\frac{3x-5}{4} + \frac{x+2}{3} < \frac{x}{2} + \frac{x+5}{5} \quad | \cdot 60$$
$$45x - 75 + 20x + 40 < 30x + 12x + 60 \quad | -42x + 35$$
$$23x < 95 \quad | : 23$$
$$x < \frac{95}{23}$$

14. Která přirozená čísla vyhovují nerovnici:

$$\frac{4x-3}{3} + \frac{2x-1}{2} < \frac{x}{3} + \frac{x-1}{4} \quad | \cdot 12$$
$$16x - 12 + 12x - 6 < 4x + 3x - 3 \quad | -7x + 18$$
$$14x < 15 \quad | : 14$$
$$x < \frac{15}{14}$$

15. V množině \mathbb{R} řešte soustavu nerovnic: $x-1 \geq 1-3 \cdot x$
 $3 \cdot x + 2 \leq 7$

$$x \geq \frac{1}{2} \wedge x \leq \frac{5}{3} \Rightarrow x \in \left\langle \frac{1}{2}; \frac{5}{3} \right\rangle$$

16. V množině \mathbb{R} řešte soustavu nerovnic:

$$(x+1)^2 + 7 > (x-4)^2$$
$$(1+x)^2 + 3 \cdot x^2 \leq (2 \cdot x - 1)^2 + 7$$
$$x^2 + 2x + 8 > x^2 - 8x + 16 \Rightarrow 10x > 8 \Rightarrow x > \frac{4}{5}$$
$$1 + 2x + 4x^2 \leq 4x^2 - 4x + 8 \Rightarrow 6x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$
$$x \in \left(\frac{4}{5}; \frac{3}{2} \right]$$

17. V množině \mathbb{N} řešte soustavu nerovnic: $x+3 < 4+2 \cdot x$
 $5 \cdot x - 3 < 4 \cdot x - 1$

$$-1 < x \wedge x < 2 \Rightarrow (-1; 2)$$

18. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $(x-1) \cdot (3-x) \cdot (x-2)^2 > 0$

Součin je roven nule, jsou-li součinitelé nuloví; součin je kladný, je-li počet záporných součinitelů sudý (tedy i nula), nulové body

(1; 3; 2 – ale výraz $(x-2)^2$ je nula nebo kladný, vzhledem k >0 $x=2$ z řešení vyloučíme)

	$(-\infty; 1)$	$(1; 2)$	$(2; 3)$	$(3; \infty)$
$x-1$	-	+	+	+
$3-x$	+	+	+	-
$(x-2)^2$	+	+	+	+
	-	+	+	-

$$(1; 2) \cup (2; 3)$$

19. * V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $x^4 - 5 \cdot x^2 + 4 < 0$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x-2)(x+2)(x-1)(x+1) < 0$$

	$(-\infty; -2)$	$(-2; -1)$	$(-1; 1)$	$(1; 2)$	$(2; \infty)$
$x-2$	-	-	-	-	+
$x+2$	-	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	+	+
$x+1$	-	-	+	+	+
	+	-	+	-	+

$$(-2; -1) \cup (1; 2)$$

20. * V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $x^6 - 9 \cdot x^3 + 8 > 0$

$$(x^3 - 1)(x^3 - 8) > 0$$

$$(x-1)(x^2+x+1)(x-2)(x^2+4x+4) > 0$$

$$(-\infty; 1) \cup (2; \infty)$$

21. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{6 \cdot x - 5}{4 \cdot x + 1} < 0$

$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{5}{6}\right)$$

22. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{2 \cdot x - 3}{3 \cdot x - 7} < 0$

$$\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right)$$

23. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{3}{x-2} < 1$

$$\frac{3-x+2}{x-2} < 0 \Rightarrow \frac{5-x}{x-2} < 0 \quad (-\infty; 2) \cup (5; \infty)$$

24. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{x}{x-5} < \frac{1}{2}$

$$\frac{x}{x-5} < \frac{1}{2} \quad (-\infty; -5) \cup (5; \infty)$$

25. V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{x+1}{3 \cdot x - 2} < 2$

$$\frac{x+1-6x+4}{3 \cdot x - 2} < 0 \Rightarrow \frac{5(1-x)}{3 \cdot x - 2} < 0 \quad \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty)$$

26. stanovte platnost výrazu: $\sqrt{\frac{x+4}{2 \cdot x - 1}}$

$$\frac{x+4}{2 \cdot x - 1} \geq 0 \quad (-\infty; -4) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$$

27. stanovte platnost výrazu: $\sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$

$$\frac{x-1}{2-x} \geq 0 \quad (1; 2)$$

28. stanovte platnost výrazu: $\sqrt{\frac{3-4 \cdot x}{3 \cdot x - 4} - 2}$

$$\frac{3-4 \cdot x}{3 \cdot x - 4} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{3-4 \cdot x - 6x + 8}{3 \cdot x - 4} \geq 0 \Rightarrow \frac{11-10 \cdot x}{3 \cdot x - 4} \geq 0 \quad \left(\frac{11}{10}; \frac{4}{3}\right)$$

29. * V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{x^2+1}{x} > \frac{x^2}{x+1}$

$$\frac{x^2+1}{x} - \frac{x^2}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x^3+x^2+x+1-x^3}{x \cdot (x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{x^2+x+1}{x \cdot (x+1)} > 0$$

$$(-\infty; -1) \cup (0; \infty)$$

30. * V množině \mathbb{R} řešte nerovnici $\frac{1-2 \cdot x}{1+x} - \frac{1+x}{1+2 \cdot x} \geq 1$

$$\frac{1-2 \cdot x}{1+x} - \frac{1+x}{1+2 \cdot x} - 1 \geq 0$$

$$\frac{(1-2 \cdot x)(1+2x) - (1+x)(1+x) - (1+2x)(1+x)}{(1+x)(1+2x)} \geq 0$$

$$\frac{1-4x^2-1-2x-x^2-1-3x-2x^2}{(1+x)(1+2x)} \geq 0$$

$$\frac{-1-5x-7x^2}{(1+x)(1+2x)} \geq 0$$

prozatím dál neumíme