

Pravoúhlý trojúhelník

Trojúhelník je rovinný geometrický útvar ohraničený třemi různoběžkami, které se neprotínají v jednom bodě. Trojúhelník má tři vrcholy, tři strany a tři úhly u vrcholů. Strany se označují písmenem protilehlého vrcholu.

Součet úhlů ve trojúhelníku je 180° . Součet dvou stran je vždy větší než strana třetí (stačí ověřit pro dvě menší a největší stranu).

Výška trojúhelníku je vzdálenost bodu od protilehlé strany, tedy kolmice na stranu procházející protilehlým vrcholem. Všechny výšky se protínají v jednom společném bodě.

Těžnice trojúhelníku je spojnice vrcholu a středu protilehlé strany. Všechny těžnice se protínají v jednom společném bodě zvaném těžiště, vždy se třetí – $2/3$ délky těžnice je délka těžnice od těžiště k vrcholu, $1/3$ délky těžnice je část těžnice od těžiště ke straně.

Má-li trojúhelník úhel větší, resp. větší nebo roven, 90° , nazývá se tupoúhlý, resp. Pravoúhlý.

Takový úhel je v trojúhelníku pouze jeden.

Obvod trojúhelníku je tvořen třemi stranami a jeho velikost je součet délek těchto stran,

$$o = a + b + c$$

Obsah trojúhelníku se spočítá z té vlastnosti, že trojúhelník je polovinou obdélníku určeného jednou

stranou a výškou na tuto stranu. Cyklickou záměnou dostaneme $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot v_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot v_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot v_c$

Trojúhelník, který má právě dvě strany stejně dlouhé, se nazývá rovnoramenný, tyto strany se nazývají ramena, třetí strana se nazývá základna. Úhly při základně jsou stejné, jejich velikost je rovna 90° -polovina úhlu při vrcholu proti základně.

Trojúhelník, který má všechny tři strany stejně dlouhé, se nazývá rovnostranný, má všechny vnitřní úhly stejně velké o velikosti 60° .

Strana pravoúhlého trojúhelníku proti vrcholu s úhlem 90° se nazývá přepona, zbylé strany, které svírají tento úhel, se nazývají odvěsny. Platí Pythagorova věta, součet druhých mocnin odvěsen je roven druhé mocnině přepony. Pro trojúhelník se stranami a, b, c , kde úhel při vrcholu c

označen $\gamma = 90^\circ$ platí: $c^2 = a^2 + b^2$ nebo $b^2 = c^2 - a^2$ nebo $a^2 = c^2 - b^2$ nebo

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ nebo } a = \sqrt{c^2 - b^2} \text{ nebo } b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Euklidovy věty: $v_c^2 = c_a \cdot c_b$; $a^2 = c \cdot c_a$; $b^2 = c \cdot c_b$

Poměr podobných stran (stran, které svírají stejné úhly) pro podobně trojúhelníky zůstává zachován. Tak se na základní škole zavádí goniometrické funkce pro úhel od 0° do 90° .

$$\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{a}{c} = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{b}{c} = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \sin \beta$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}} = \frac{a}{b} = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{protilehlá odvěsna}} = \text{cotg } \beta$$

$$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{protilehlá odvěsna}} = \frac{b}{a} = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}} = \text{tg } \beta$$

Příklad 1:

Jak je vysoká věž, která vrhá stín 12 metrů, jestliže metrová tyč ve stejnou chvíli vrhá stín 0,8 metrů.

Příklad 2:

Jak je daleko kopec, který metr od oka vidíme pod úhlem 35° ?

Příklad 3:

Dopočítejte zbývající strany a úhly pravoúhlého trojúhelníku, je-li $a=4$ cm, $c_a = 3$ cm?

Příklad 4:

Sestrojte úsečky o délce $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ a $\sqrt{7}$, vše v cm.