

Pro 1. E, 1. C

Prosím předat v jakémkoliv případě

Práce na dvě hodiny – pondělí (1. C) a pondělí a úterý (1. E)

Začněte lineárními rovnicemi s neznámou ve jmenovateli, co nestihnete ve škole, procvičte doma. Neřešené úlohy řešte na papír a odevzdejte!

Ve středu písemka na rovnice s neznámou ve jmenovateli, proto přidány i rovnice, včetně řešení, chybí jen zkouška.

Bude-li čas, přejděte druhou hodinu na slovní úlohy. Zbytek doma.

Děkuji,

Vašek Votruba

Pondělí – řešené příklady – proveďte i zkoušku

$$1. \frac{\frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{12}}{\frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{21} \cdot x - \frac{1}{4}}{\frac{1}{28} \cdot x - \frac{1}{6}}$$

$$2. \frac{3}{(2 \cdot x + 5)^2} + \frac{4}{(2 \cdot x + 1)^2} = \frac{7}{(2 \cdot x + 5) \cdot (2 \cdot x + 1)}$$

$$3. \frac{3 + 4 \cdot x}{x^2 + x} - 1 = \frac{3}{x} - \frac{x}{x + 1}$$

$$4. (2 \cdot x + 1) : (2 \cdot x - 1) = \frac{3}{4} : \frac{3}{2}$$

$$\frac{\frac{4 \cdot x - 1}{12}}{\frac{3 \cdot x + 2}{12}} = \frac{\frac{4 \cdot x - 21}{84}}{\frac{3 \cdot x - 14}{84}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{14}{3} \right\}$$

Řešení 1:

$$\frac{4 \cdot x - 1}{3 \cdot x + 2} = \frac{4 \cdot x - 21}{3 \cdot x - 14} \quad | (3 \cdot x + 2) \cdot (3 \cdot x - 14)$$

$$12 \cdot x^2 - 59 \cdot x + 14 = 12 \cdot x^2 - 55 \cdot x - 42 \quad | +59 \cdot x + 42$$

$$56 = 4 \cdot x \quad | :4$$

$$14 = x$$

$$P = \{14\}$$

Řešení 2:

$$\frac{3}{(2 \cdot x + 5)^2} + \frac{4}{(2 \cdot x + 1)^2} = \frac{7}{(2 \cdot x + 5) \cdot (2 \cdot x + 1)} \quad | (2 \cdot x + 5)^2 \cdot (2 \cdot x + 1)^2$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right\}$$

$$3 \cdot (4 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1) + 4 \cdot (4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 25) = 7 \cdot (4 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 5)$$

$$12 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 3 + 16 \cdot x^2 + 160 \cdot x + 100 = 28 \cdot x^2 + 84 \cdot x + 35$$

$$88x = -68$$

$$x = -\frac{17}{22}$$

$$P = \left\{ -\frac{17}{22} \right\}$$

$$\frac{3 + 4 \cdot x}{x^2 + x} - 1 = \frac{3}{x} - \frac{x}{x + 1} \quad | x \cdot (x + 1)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$$

Řešení 3:

$$3 + 4 \cdot x - x^2 - x = 3 \cdot x + 3 - x^2$$

$$3 + 3 \cdot x = 3 + 3 \cdot x \quad | -3 - 3 \cdot x$$

$$0 = 0$$

$$P = \mathbb{R}$$

$$(2 \cdot x + 1) : (2 \cdot x - 1) = \frac{3}{4} : \frac{2}{3} \quad | (2 \cdot x - 1)$$

$$2 \cdot x + 1 = \frac{9}{8} \cdot (2 \cdot x - 1) \quad | \cdot 8$$

Řešení 4:

$$16 \cdot x + 8 = 18 \cdot x - 9 \quad | -18 - 8$$

$$-2 \cdot x = -17 \quad | :(-2)$$

$$x = \frac{17}{2} = 8,5$$

Neřešené rovnice řešte na papír: 1) $\frac{3}{2} - \frac{10+x}{2 \cdot x} = 0$

2) $\frac{3+4 \cdot x}{x^2+x} - 1 = \frac{3}{x} - \frac{x}{x+1}$

3) $\frac{\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3}}{\frac{3}{2} \cdot x - 1} + \frac{\frac{5}{3} \cdot x - \frac{4}{3}}{x - \frac{2}{3}} = 2$

Úterý

Pokuste se samostatně vyřešit 4 z 8 slovních úloh. Pouze když vůbec nebudete vědět jak (to znamená, že se o řešení pokusíte), můžete se podívat na řešení.

1. Ze železničních stanic vzdálených od sebe 15 km vyjely proti sobě ve stejném okamžiku rychlík o průměrné rychlosti $80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a osobní vlak s průměrnou rychlostí $48 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Za kolik minut se oba vlaky potkají?
2. Na úpravě terénu pro stavbu věžového domu pracují tři mechanizované stavební čety. První četa by práci vykonala za 12 dní, druhá za 20 dní, třetí za 15 dní. Za jak dlouho splní celý úkol, budou-li pracovat společně ?
3. Kolik vody je třeba přilít ke 100 gramům osmdesáti procentního (80%) vodního roztoku lihu, aby vznikl 64% líh?
4. Železná kolejnice 25 m dlouhá při zvýšení teploty o 1°C zvýší svou délku o 0,28 m. Kolejnice byly položeny při teplotě 15°C a byla mezi nimi ponechána mezera 12 mm. Přitom teplota za parného dne může stoupnout až na 40°C . Byla ponechána dostatečně velká mezera?
5. Číslo 100 rozdělte na dvě čísla tak, aby součet druhých mocnin těchto čísel byl o 2800 větší než dvojnásobek druhé mocniny menšího z nich.
6. Jedna odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je 214, druhá odvěsna je však o 4 menší než přepona. Určete velikosti neznámých stran.
7. Z místa A vyjde chodec rychlostí 6 km/h ; z místa B vzdáleného 27 km od A v opačném směru vyjede současně s ním cyklista rychlostí 24 km/h . Kdy a kde ho se potkají?
8. Číslo 57 rozdělte na dvě čísla tak, aby rozdíl druhých mocnin byl zase 57.

Řešení:

1. Ze železničních stanic vzdálených od sebe 15 km vyjely proti sobě ve stejném okamžiku rychlík o průměrné rychlosti $80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a osobní vlak s průměrnou rychlostí $48 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Za kolik minut se oba vlaky potkají?

ŘEŠENÍ: součet drah obou vlaků je 15 km; jejich čas je stejný, proto

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 & t \cdot (v_1 + v_2) &= s \\ s_1 &= v_1 \cdot t & t &= \frac{s}{v_1 + v_2} \\ s_2 &= v_2 \cdot t \\ s &= v_1 \cdot t + v_2 \cdot t \\ s &= t \cdot (v_1 + v_2) & t &= \frac{15}{80 + 48} = \frac{15}{128} \cdot 60 (\text{na minuty} \cdot 60) \approx 7 \text{ min} \end{aligned}$$

2. Na úpravě terénu pro stavbu věžového domu pracují tři mechanizované stavební čety. První četa by práci vykonala za 12 dní, druhá za 20 dní, třetí za 15 dní. Za jak dlouho splní celý úkol, budou-li pracovat společně ?

ŘEŠENÍ:

1. četa	12 d	1/12 za den
2. četa	20 d	1/20 za den
3. četa	15 d	1/15 za den
společně	x d	$x/12 + x/20 + x/15$

$$\begin{aligned} \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{15} &= 1 | \cdot 60 \\ 5 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x &= 60 \\ 12 \cdot k &= 60 | : 12 \\ k &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{Zk: } \frac{5}{12} + \frac{5}{20} + \frac{5}{15} = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{5+3+4}{12} = 1$$

Terén připraví za 5 dní.

3. Kolik vody je třeba přilít ke 100 gramům osmdesáti procentního (80%) vodního roztoku lihu, aby vznikl 64% líh?

ŘEŠENÍ:

	hmotnost	koncentrace	líh	voda
původní	100 g	80%	$0,8 \cdot 100$ g	$(1-0,8) \cdot 100$ g
přibylo				u g
na konci	$100 + u$ g	64%	$0,64 \cdot (100+u)$ g	$(1-0,8) \cdot 100+u$ g

Myšlenka: přilévám vodu, takže v novém roztoku bude stejné množství lihu a větší množství (o to, co jsem přilil) vody. Tím získávám dvě rovnice, ze kterých mohu spočítat, kolik vody je třeba přilít.

1. rovnice – koncentrace lihu se změnila, ale hmotnost zůstala:

$$0,8 \cdot 100 = 0,64 \cdot (100 + u)$$

$$80 = 64 + 0,64 \cdot u \quad | -64$$

$$16 = 0,64 \cdot u \quad | : 0,64$$

$$\frac{16}{0,64} = u \Rightarrow \frac{1}{0,04} = u$$

$$\frac{100}{4} = u \Rightarrow 25 = u$$

Zk.:

Původně : lihu $0,8 \cdot 100 = 80$ g ;

vody $(1 - 0,8) \cdot 100 = 20$ g

přibylo 25 g , tedy vody je 45g

nová celková hmotnost je 125 g

koncentrace lihu je $\frac{80}{125} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 64$

Musíme přilít 25 g vody.

4. Železná kolejnice 25 m dlouhá při zvýšení teploty o 1°C zvýší svou délku o 0,28 m. Kolejnice byly položeny při teplotě 15°C a byla mezi nimi ponechána mezera 12 mm. Přitom teplota za parného dne může stoupnout až na 40°C . Byla ponechána dostatečně velká mezera?

ŘEŠENÍ:

teplotní rozdíl $\Delta T = 40^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C} = 25^\circ\text{C}$

$$1^\circ\text{C} \sim 0,28 \text{ mm}$$

$$25^\circ\text{C} \sim 0,28 \cdot 25 = 7 \text{ mm}$$

7 mm, o kolik se kolejnice prodlouží v případě největšího oteplení, je menší než ponechaná mezera 12 mm, která je tudíž dostatečná.

5. Číslo 100 rozdělte na dvě čísla tak, aby součet druhých mocnin těchto čísel byl o 2800 větší než dvojnásobek druhé mocniny menšího z nich.

ŘEŠENÍ:

1. číslo označíme a ; 2. číslo označíme b , pro zjednodušení předpokládejme, že je menší než a . Pak Zapišeme rovnosti:

$$a + b = 100$$

$$a^2 + b^2 - 2800 = 2 \cdot b^2$$

Druhou rovnici upravujeme a dostaneme $a^2 - b^2 = 2800$

Podle vzorce $(a + b) \cdot (a - b) = 2800$

Co je $a + b$ víme, proto $100 \cdot (a - b) = 2800 \Rightarrow a - b = 28$

Soustavu rovnic $a + b = 100$ a $a - b = 28$ vyřešíme třeba součtem obou rovnic a dostaneme $a = 64$ a $b = 36$.

6. Jedna odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je 214, druhá odvěsna je však o 4 menší než přepona. Určete velikosti neznámých stran.

ŘEŠENÍ:

vztahy mezi odvěsnami a přeponou je známá Pythagorova věta $c^2 = a^2 + b^2$, kde a, b jsou odvěsny a c je přepona

$a = 214$; $b = c - 4$ dosadíme: $c^2 = 214^2 + (c - 4)^2$

$$c^2 = 45796 + c^2 - 8 \cdot c + 16 | -c^2$$

$$0 = 45812 - 8 \cdot c | +8 \cdot c$$

$$8 \cdot c = 45812 | :8$$

$$c = 5729 \Rightarrow b = 5725$$

7. Z místa A vyjde chodec rychlostí 6 km/h; z místa B vzdáleného 27 km od A v opačném směru vyjede současně s ním cyklista rychlostí 24 km/h. Kdy a kde ho se potkají?

ŘEŠENÍ: jde o úlohu, kde mají oba stejný čas a dráha je mezi ně rozdělena

$$A: v_A = 6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; t_A; s_A$$

$$B: v_B = 24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; t_B = t_A; s_B = 27 - s_A$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v} \quad t_A = \frac{s_A}{v_A} \quad ; \quad t_B = \frac{s_B}{v_B} = \frac{27 - s_A}{v_B}$$

$$\frac{s_A}{6} = \frac{27 - s_A}{24} | \cdot 24$$

$$4 \cdot s_A = 27 - s_A | + s_A$$

$$5 s_A = 27 | :5$$

$$s_A = \frac{27}{5} = 5,4 \text{ km} \quad t_A = \frac{5,4}{6} = 0,9 \text{ h} = 54 \text{ minut}$$

Zkouška: $t_B = \{27 - 5,4\} \text{ over } 24 = 21,6 \text{ over } 24 = 0,9 \text{ h}$

Potkají se 5,4 km od místa A za 54 minut.

8. Číslo 57 rozdělte na dvě čísla tak, aby rozdíl druhých mocnin byl zase 57.

$$a + b = 57$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b) = 57$$

ŘEŠENÍ: $57 \cdot (a + b) = 57$

$$a - b = 1$$

$$a + b = 57$$

$$a = 29; b = 28$$