

Násobení a dělení mnohočlenů

Poslední kapitolou počítání s výrazy je násobení a dělení mnohočlenů. Opět vyjdeme ze zkušeností se zlomky – zlomky se násobí tak, že násobíme čítec s čítecem a jmenovatel se jmenovatelem, přičemž, protože v čítec i jmenovateli nového zlomku se násobí, můžeme krátit. U lomených výrazů postupujeme stejně.

Příklad 1: Vynásobte zlomky $-\frac{25 \cdot x^4 \cdot y^2}{45 \cdot x^6 \cdot y} \cdot \frac{-6 \cdot x \cdot y^3}{15 \cdot x^3 \cdot y^4}$

Řešení: Podmínky – ve jmenovateli se nachází pouze mocniny proměnných v součinu, proto $x, y \neq 0$

Nejlépe nejdříve krátit v každém zlomku $-\frac{25 \cdot x^4 \cdot y^2}{45 \cdot x^6 \cdot y} \cdot \frac{-6 \cdot x \cdot y^3}{15 \cdot x^3 \cdot y^4} = \frac{-5 \cdot y}{9 \cdot x^2} \cdot \frac{-2}{15 \cdot x^2 \cdot y}$ a pak ve zlomku,

kde čítec je součinem číteců původních a jmenovatel součinem jmenovatelů původních:

$$\frac{-5 \cdot y \cdot (-2)}{9 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot x^2 \cdot y} = \frac{2}{27 \cdot x^4}$$

Příklad 2: Vynásobte zlomky $\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x^3-1}$

Řešení: Nejprve všechny výrazy rozložíme na součin (máme tak lomený výraz připravený na krácení a můžeme lépe určit podmínky platnosti tohoto výrazu)

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x^3-1} = \frac{(x-1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+1)}{(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+x+1)} \quad \text{podmínky: } x \neq \pm 1$$

a můžeme krátit: $\frac{x+1}{x^2+x+1}$

Příklad 3: $\frac{x^3+1}{x^2-1} \cdot \left[\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right]$

Postup bude pořád stejný: Nejprve všechny výrazy rozložíme na součin (máme tak lomený výraz připravený na krácení a můžeme lépe určit podmínky platnosti tohoto výrazu)

$$\frac{x^3+1}{x^2-1} \cdot \left[\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right] = \frac{(x+1) \cdot (x^2-x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \left[\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right] \quad \text{podmínky } x \neq \pm 1 \wedge x \neq 0$$

V závorce druhého výrazu musíme pomocí rozšiřování a krácení (převedení na společného jmenovatele) sečíst oba zlomky:

$$\frac{(x+1) \cdot (x^2-x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \left[\frac{x \cdot (x+1) - (x-1) \cdot (x+1)}{x \cdot (x-1)} \right] = \frac{x^2-x+1}{x-1} \cdot \left[\frac{x^2+x-x^2+1}{x \cdot (x-1)} \right] = \frac{(x^2-x+1) \cdot (x+1)}{x \cdot (x-1)^2}$$

Výsledek: $\frac{x^3-1}{x \cdot (x-1)^2}$

Dělení - zlomky se dělí tak, že první zlomek (dělený) násobíme zlomkem převráceným, tedy čítec prvního zlomku násobíme se jmenovatelem druhého zlomku a jmenovatel prvního zlomku násobíme čítecem druhého zlomku. U lomených výrazů postupujeme stejně.

Příklad 4: Dělte zlomky: $\frac{\frac{(r+q)^3}{r^2-q^2}}{\frac{q^2-r^2}{(r-q)^2}}$

Opět všechny výrazy rozložíme na součin (máme tak lomený výraz připravený na krácení a můžeme lépe určit podmínky platnosti tohoto výrazu)

$$\frac{(r+q) \cdot (r+q) \cdot (r+q)}{(r-q) \cdot (r+q)} \cdot \frac{(q-r) \cdot (q+r)}{(r-q) \cdot (r-q)} \quad \text{Podmínky: } r \neq \pm q \quad (\text{celý spodní zlomek se nesmí rovnat nule!})$$

$$\frac{(r+q) \cdot (r+q) \cdot (r+q)}{(r-q) \cdot (r+q)} = \frac{(r+q) \cdot (r+q) \cdot (r+q)}{(r-q) \cdot (r+q)} \cdot \frac{(r-q) \cdot (r-q)}{(q-r) \cdot (q+r)} = \frac{(r+q) \cdot (r-q)}{q-r} = -r-q \quad \text{Výrazy}$$

$r-q$ a $q-r$ jsou stejné až na znamínko, proto po jejich vykrácení zůstane -1

Příklad 5: Upravte $\left(\frac{2 \cdot x + 3}{x+1} + \frac{x-1}{2 \cdot x - 3}\right) : \left(\frac{x+2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}\right)$

$$\left(\frac{2 \cdot x + 3}{x+1} + \frac{x-1}{2 \cdot x - 3}\right) : \left(\frac{x+2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}\right) = \left(\frac{(2 \cdot x + 3) \cdot (2 \cdot x - 3) + (x-1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (2 \cdot x - 3)}\right) : \left(\frac{x+2-x \cdot (x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)}\right)$$

podmínky: $x \neq \pm 1 \wedge x \neq \frac{3}{2} \wedge x \neq \pm \sqrt{2}$ Poslední vyplývá z úpravy čitatele druhého zlomku

$$\frac{4 \cdot x^2 - 9 + x^2 - 1}{(x+1) \cdot (2 \cdot x - 3)} \cdot \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{2-x^2} = \frac{5 \cdot x^2 - 10}{2 \cdot x - 3} \cdot \frac{x-1}{2-x^2} = \frac{5-x}{2 \cdot x - 3}$$

Učebnice 92/1 a 95/1,2