Počítání s mnohočleny

Mnohočlen je výraz s proměnnou, který obsahuje různé mocniny dané proměnné. Například $3\cdot x^3-7\dot{x}^2+12\cdot x+8$ nebo $12\cdot x^4+19\cdot x$. **Mnohočlen n-tého stupně o proměnné x** se dá zapsat jako $a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^{n-1}+...+a_3\cdot x^3+a_2\cdot x^2+a_1\cdot x+a_0$, kde x je proměnná, koeficienty a_i jsou libovolná reálná čísla (konstanty), n je celé přirozené číslo a $a_n\neq 0$. Podle počtu členů pak mluvíme o jednočlenu ($8\cdot x^7$), dvoučlenu ($x^3+8\cdot x$), trojčlenu ($x^2-2\cdot x+1$), atd. Mnohočlen může obsahovat i více proměnných, např. $3\cdot x^3\cdot y^2+4\cdot x^2\cdot y^3-4\cdot x+y-12$.

Příklady:

Určete stupeň mnohočlenů:

$4\cdot x^3+3\cdot x+2$ (3; trojčlen) $19\cdot x^9+12\cdot x^5-8\cdot x^3+2\cdot x^2-17\cdot x-31$ (9; šestičlen)

$x^7-x^4+x^3$ (7; trojčlen)

Základní operace s mnohočleny

Sčítat nebo **odčítat** můžeme pouze ty členy mnohočlenů, které obsahují stejné proměnné ve stejné mocnině. Doslova jde o určení počtu těchto členů.

$$3\cdot x^3\cdot y^2-23\cdot x^2\cdot y^2+41\cdot x\cdot y^3-2\cdot x^3\cdot y^2-43\cdot x^2\cdot y^2+5\cdot x^3\cdot y^2+12\cdot x^2\cdot y^2-5\cdot x\cdot y^3$$

Řešení: $6\cdot x^3\cdot y^2-53\cdot x^2\cdot y^2+36\cdot x\cdot y^3$

Poznámka: neobsahují-li jednotlivé členy stejné proměnné o stejných mocninách, nic udělat nemůžeme!

Násobit mnohočlen mnohočlenem můžeme stejně, jako násobíme závorku se součtem nebo rozdílem, tedy s pomocí **distributivního zákona** ($\forall a,b,c\in set\ R:(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$) a v následném součinuvyužijeme **asociativnost** a **komutativnost** plus pravidla o mocninách, takže „spojíme“ čísla a upravíme proměnné:

$$(4\cdot x-7)\cdot 21\cdot x^2$$

Řešení: $84\cdot x^3-147\cdot x^2$

$$(3\cdot x^2-12)\cdot(4\cdot x+y)$$

Řešení: $12\cdot x^3-48\cdot x+3\cdot x^2\cdot y-12\cdot y$

Poznámka: Násobení součinu $a\cdot b$ dalším číslem c nelze řešit tak, že bychom číslem *c* násobili *a* a ještě jednou násobili *b*. $(a\cdot b)\cdot c\neq a\cdot c\cdot b\cdot c$ Pro čísla by to třeba znamenalo, že $4\cdot 2$ bychom řešili jako $(2\cdot 2)\cdot 2\neq 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$!

Dělení mnohočlenu jednočlenem můžeme provádět podobně, jako bychom dělili každý jednotlivý člen jednočlenem. Příklad:

$$(12\cdot x^3+18\cdot x^2-36\cdot x-6)\div 3\cdot x=12\cdot x^3\div 3\cdot x+18\cdot x^2\div 3\cdot x-36\cdot x\div 3\cdot x-6\div 3\cdot x=4\cdot x^2+6\cdot x-12-\frac{2}{x}$$

Co známe ze základní školy:

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \qquad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \qquad (a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Doplnění:

$$(a+b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3$$