Funkce logaritmus

Mějme a kladné reálné číslo, různé od nuly a funkci f exponenciální funkci o základu a ($f: y=a^x$). Pak logaritmická funkce o základu a je taková funkce g, pro kterou platí:

pro všechna reálná čísla c, d je $g(d)=c$ právě tehdy, když $f(c)=d$.

Funkci g(x) zapisujeme $g: y=\log_a x$, čteme funkce g: y = logaritmus x o základu a.

Jednodušeji:

Funkce $y=\log_a x$ (čteme: logaritmus x o základu a) je inverzní funkcí k funkci $y=a^x$. Platí podmínky, že $a \in \mathbb{R}^+ ; a \neq 1$.

funkce	definiční obor	obor hodnot	průsečík
$y=a^x$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^+$	$[0;1]$
$y=\log_a x$ $\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$	$[1;0]$	

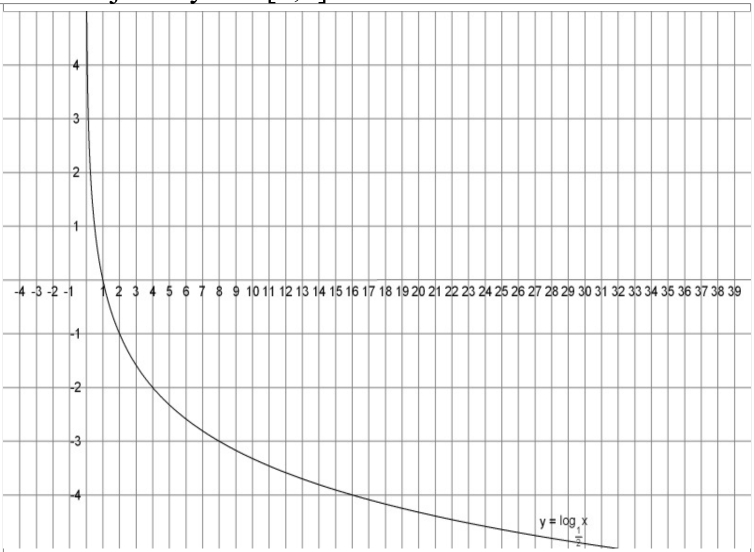
Logaritmus kladného reálného čísla x o základu a se rovná reálnému číslu y právě tehdy, když a umocněné na y se rovná x . <==> $y=\log_a x \Leftrightarrow a^y=x$

Vlastnosti funkce logaritmus

f(x): y = $\log_a x$; a>0, a≠1; $D_f=\mathbf{R}^+$; $H_f=\mathbf{R}$; průsečík s osou x je vždy 1 $P_x[1;0]$

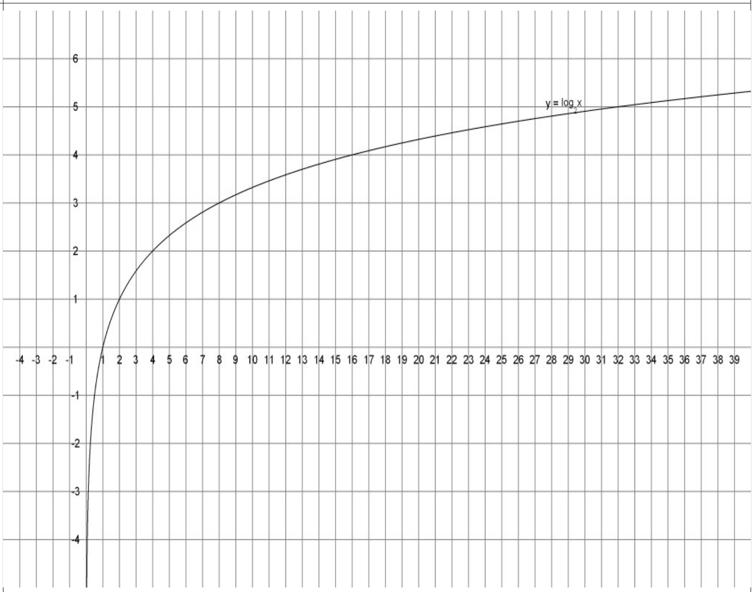
pro 0<a<1

funkce je klesající v celém definičním oboru
pro 0<x<1 jsou funkční hodnoty kladné;
pro x>1 jsou funkční hodnoty záporné



pro a>1

funkce je rostoucí v celém definičním oboru
pro 0<x<1 jsou funkční hodnoty záporné;
pro x>1 jsou funkční hodnoty kladné



Příklady:

a) určení definičního oboru:

$\log_2 \frac{x+2}{x-4}$; $\frac{x+2}{x-4} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty;-2) \cup (4;\infty)$

$\log_2 \sqrt{-3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 18}$; $-3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 18 > 0 \Rightarrow x \in (-2;3)$

b) určení souřadnic

z grafu, z počítání log u příkladu $\log_{\frac{1}{2}} x$: $x=8 \Rightarrow y=-3\,; x=\frac{1}{2} \Rightarrow y=2\,; y=2 \Rightarrow x=\frac{1}{4}\,; y=3 \Rightarrow y=\frac{1}{8}$

z grafu, z počítání log u příkladu $\log_2 x$: $x=8 \Rightarrow y=3\,; x=\frac{1}{2} \Rightarrow y=-2\,; y=2 \Rightarrow x=1\,; y=3 \Rightarrow y=8$

c) určení vlastností x

$\log_7 x < 0 \Leftrightarrow x \in (0;1)$; pro základ 7 je funkce rostoucí; dále viz obrázek a vlastnosti nahoře

$\log_{2,3} x > 0 \Leftrightarrow x \in (1;\infty)$

$\log_{\frac{2}{5}} x < 0 \Leftrightarrow x \in (1;\infty)$

$\log_{\frac{1}{15}} x > 0 \Leftrightarrow x \in (0;1)$

$\log_9 x \leq 0 \Leftrightarrow x \in (0;1\rangle$

$\log_{\frac{12}{76}} x \geq 0 \Leftrightarrow x \in (0;1\rangle$

$\log_{\frac{1}{5}} x \leq 0 \Leftrightarrow x \in \langle 1;\infty)$

$\log_{15} x > 0 \Leftrightarrow x \in \langle 1;\infty)$

z wikipedie:

Desítkový logaritmus

U logaritmu o základu 10 (nazývaného desítkový či dekadický logaritmus, příp. Briggsův podle Henryho Briggse) se ve značení vynechává základ a píše se jen prostě log x, někdy se používá také speciální značení lg x.

Přirozený logaritmus

Logaritmus o základu e se označuje jako přirozený logaritmus (někdy také Napierův podle Johna Napiera) a značí se ln x (logaritmus naturalis, latinsky přirozený logaritmus). Je odvozen od exponenciální funkce s přirozeným exponentem, což je funkce, která pro $x=0$ má tečnu $y=x+1$. Číslo $e \approx 2{,}718282$

Binární logaritmus

Hlavně v informatice se objevuje logaritmus o základu dva (binární logaritmus), který je v příslušném kontextu někdy značen lg x, případně ld x.