Lineární nerovnice

Nerovnicí o jedné neznámé rozumíme každý ze zápisů $l(x)>p(x)$, $l(x)<p(x)$, $l(x)\geq p(x)$, $l(x)\leq p(x)$, kde $l(x)$ a $p(x)$ jsou matematické výrazy s čísly, konstantami a případně jednou proměnnou x ; $l(x)$ nazýváme levou stranou nerovnice, $p(x)$ nazýváme pravou stranou nerovnice.

Řešit nerovnici s neznámou $x\in M$ ($M\subset\mathbb{R}$) znamená najít taková čísla z množiny M , pro která má nerovnice smysl a obě strany se rovnají. **Množinu řešení** zapisujeme písmenem P.

Povolené úpravy:

Stejně jako u řešení rovnice:

1. K oběma stranám nerovnice přičteme stejný výraz (který má pro všechna čísla z množiny, v níž nerovnici řešíme, smysl).
2. Obě strany vynásobíme stejným výrazem, který pro všechna čísla z množiny, v níž nerovnici řešíme, nabývá pouze **nenulových hodnot**.

Je tu ale jedna významná odchylka. Vysvětlíme si ji na jednoduché nerovnici $-x\leq 4$. Tu můžeme převést na nerovnici, ve které budeme mít na jedné straně x dvěma způsoby – vynásobením číslem -1 nebo přičtením výrazů +x-4 k oběma stranám rovnice. Výsledek by měl být stejný:

$$\begin{array}{ll} -x\leq 4 & \vdots+x-4 \\ -4\leq x & \end{array} \quad \text{nebo} \quad \begin{array}{ll} -x\leq 4 & \vdots\cdot(-1) \\ x\leq -4 & \end{array}$$

A máme tu dva různé výsledky. Zkouška pro jedno libovolné číslo z výsledných intervalů nás přesvědčí, který výsledek je správný:

$x=0\Rightarrow 0\leq 4$
$x=4\Rightarrow -4\leq 4$
$x=-4\Rightarrow 4\leq 4$
$x=-5\Rightarrow 5\leq 4$

Pro poslední číslo zkouška nevychází. A toto číslo by odpovídalo druhému způsobu řešení. Znamená to tedy, že rovnici nemohu násobit záporným číslem? NE, stačí při násobení změnit (otočit) znaménko nerovnice a výsledky jsou stejné.
2A. Obě strany nerovnice vynásobíme stejným výrazem, který pro všechna čísla z množiny, v níž nerovnici řešíme, nabývá pouze **kladných** hodnot (znak nerovnosti ponecháme beze změny).
2B. Obě strany nerovnice vynásobíme stejným výrazem, který pro všechna čísla z množiny, v níž nerovnici řešíme, nabývá pouze **záporných** hodnot a znak nerovnosti změníme v opačný, tj. > na <, ≤ na ≥ a obráceně.
Těmto úpravám, protože nezmění množinu řešení, říkáme **ekvivalentní úpravy**.
Nerovnice, které lze převést na jeden z tvarů $a\cdot x+b>0$, $a\cdot x+b<0$, $a\cdot x+b\geq 0$, $a\cdot x+b\leq 0$, říkáme lineární nerovnice.

Příklad 1:

$$\frac{2\cdot x-5}{6}+\frac{4-3\cdot x}{4}\geq 5\cdot x-3$$

Řešení:

$$\frac{2\cdot x-5}{6}+\frac{4-3\cdot x}{4}\geq 5\cdot x-3 \quad \vdots\cdot 12$$
$$2\cdot 2\cdot x-5+3\cdot 4-3\cdot x\geq 12\cdot 5\cdot x-12\cdot 3$$
$$4\cdot x-10+12-9\cdot x\geq 60\cdot x-36$$
$$2-5\cdot x\geq 60\cdot x-36 \quad \vdots+36+5\cdot x$$
$$38\geq 65\cdot x \quad \vdots:65$$
$$\frac{38}{65}\geq x$$
$$x\leq\frac{38}{65}$$
$$P=\left(-\infty;\frac{38}{65}\right\rangle$$
Ověření: např. Pro x = 0 $\quad l(0)=\frac{2\cdot 0-5}{6}+\frac{4-3\cdot 0}{4}=\frac{-5}{6}+\frac{4}{4}=\frac{-5}{6}+1=\frac{1}{6}$

$p(0)=5\cdot 0-3=-3 \quad l(0)=\frac{1}{6}\geq -3=p(0)$

Učebnice str. 40-41
Sbírka str. 164-166