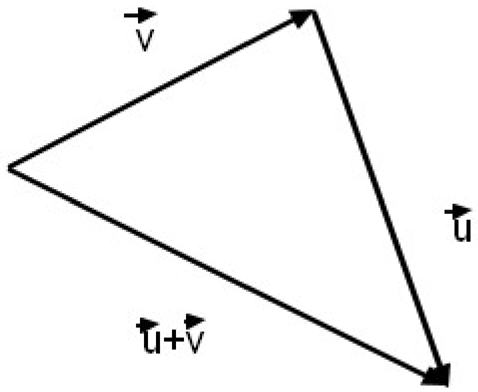
# Lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost vektorů

Násobek vektoru můžeme chápat jako jeho prodloužení či zkrácení, vynásobení záporným číslem jako jeho obrácení - změnu směru na opačný. Sčítání vektorů si graficky můžeme představit tak, že jeden vektor pokračuje tam, kde druhý vektor končí - jejich součet je pak spojením počátečního bodu prvního vektoru a koncového bodu druhého vektoru. Početně je situace jednodušší – stačí sečíst x-ové a y-ové souřadnice vektorů.

Lineární kombinací vektorů pak rozumíme součet jejich násobků.

$$a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{u}=(a\cdot v_1+b\cdot u_1, a\cdot v_2+b\cdot u_2)$$




Je-li vektor násobkem jiného vektoru, pak o něm řekneme, že je lineárně závislý. Tyto vektory vyjadřují stejný, nebo opačný, směr.

A obráceně, není-li vektor násobkem jiného vektoru, pak o nich řekneme, že jsou lineárně nezávislé a nemají stejný směr.

Pro více vektorů platí, že jsou lineárně závislé, pokud se jeden z nich dá zapsat lineární kombinací ostatních, což – obecně – platí tak, že pokud existují taková nenulová čísla, že lineární kombinace vektorů se rovná nule, pak jsou tyto vektory lineárně závislé. A opačně – pokud taková lineární kombinace s rovná nule jenom tehdy, když jsou koeficienty nulové, pak jsou vektory lineárně nezávislé. V rovině platí, že každé tři vektory jsou lineárně závislé.

## Příklad 1:

Rozhodněte, zda jsou vektory $\vec{v}=(-8;4)$ a $\vec{u}=(12;-6)$ lineárně závislé.

## Příklad 2:

Určete lineární kombinaci vektorů $3\cdot\vec{v}-4\cdot\vec{u}$ , kde $\vec{v}=(5;-6)$ a $\vec{u}=(8;-2)$ .

## Příklad 3:

Dokažte, že vektor $\vec{w}=(8;6)$ je lineární kombinací vektorů $\vec{u}=(7;2)$ a $\vec{v}=(-6;3)$ .

$$\vec{w}=a\cdot\vec{u}+b\cdot\vec{v}$$

$$(8;6)=a\cdot(7;2)+b\cdot(-6;3)$$

$$8=7\mathrm{a}-6\mathrm{b}$$

$$6=2\mathrm{a}+3\mathrm{b}$$

$$20=11\mathrm{a}\Rightarrow a=\frac{20}{11}\wedge b=\frac{26}{33}$$

## Příklad 4:

Určete vektor $\vec{x}$ , pro který platí $2\cdot\vec{a}-3\cdot\vec{x}=4\cdot\vec{b}$ , je-li $\vec{a}=(-7;6), \vec{b}=(-5;-3)$

Nejprve upravíme vztah: $\vec{x}=\frac{2}{3}\cdot\vec{a}-\frac{4}{3}\cdot\vec{b}$ , pak můžeme dosadit souřadnice vektorů $\vec{a}$ a $\vec{b}$ .