Lineární funkce

Nejprve bychom si měli vzpomenout na množiny a k nim přidat pojem zobrazení. Zobrazení říká, že můžeme prvku z jedné množiny přiřadit nějaký prvek z druhé množiny. A dokonce v této definici nění nic omezujícího, takže jednomu prvku z první množiny můžeme i více prvků z druhé množiny.

Příklad 1:

Množinou A je skupina žáků z vaší třídy. Množina B jsou předměty, které máte letos. Jedno zobrazení může být: *vaše oblíbené předměty*; nebo *vaše neoblíbené předměty*; *předměty, ze kterých jste dostali jedničku* (na vysvědčení; vůbec nějakou).

Příklad 2:

Množina A je množina tříd jako místností ve škole, množina B je množina tříd jako skupin žáků. Zobrazení může být obsazení tříd jako takové, obsazení tříd v konkrétním dnu.

Příklad 3:

Množina A může být skupina žáků z vaší třídy a množina B výkon každého v nějaké sportovní disciplíně (hod koulí do dálky; čas při běhu; vzdálenost v doskoku, vzdálenost při běhu na 15 minut).

Definice funkce:

Funkce je zobrazení z množiny A reálných čísel do množiny B reálných čísel a to takové, že každému prvku z množiny A je přiřazen ***právě jeden*** *prvek z množiny B.*
Toto zobrazení můžeme zapisovat různě:

Pravidlo	Symbolické zápisy		Množina dvojic
Přičti číslo 4	x → x + 4	y = x + 4	[x; x + 4]
Vynásob číslo 2	x → 2 * x	y = 2 * x	[x; 2 * x]
Urči číslo převrácené	x → 1 / x	y = 1 / x	[x; 1/x]

Zápisu y = f(x) říkáme funkční předpis.
Proměnná x je nezávisle proměnná z množiny A, množině A říkáme **definiční obor funkce** (a značíme **Df**).
Proměnná y je závisle proměnná z množiny B (její hodnota závisí na konkrétním čísle x), množině B říkáme **obor hodnot funkce** (a značíme **Hf**).

Příklad 4:

Rozhodněte, který z předpisů je funkce a který ne:
(v následujících příkladech je x libovolné reálné číslo, není-li řečeno jinak)

a) y = 3
b) {[-5; 3]; [0; 4,5]; [1; 6]; [2,3; 3] }
c) x = 3 * y
d) y = q
e) y = 0,5 * x
f) {[-5; 3]; [2,3; 4,5]; [1; 6]; [2,3; 3] }

Grafické znázornění funkce

Kromě předpisu se dá funkce znázornit tabulkou, kde jeden řádek představuje libovolné hodnoty z definičního oboru a druhý řádek vypočítané hodnoty podle funkčního předpisu.

Kartézská soustava souřadnic

Abychom se dorozuměli, používáme takovou soustavu souřadnic, která splňuje několik kritérií:

1. přímky, kterým říkáme **osy**, jsou na sebe kolmé – *vodorovnou* označujeme *x*, *svislou y*;protínají se v **počátku soustavy souřadnic**, ten označujeme O
2. mají stejné měřítko, jednotky stejné délky
3. počátkem je každá osa rozdělena na dvě polopřímky, jedním směrem (doprava nebo nahoru) kladnou, počínaje nulou, druhým směrem (doleva nebo dolů) zápornou, počínaje nulou

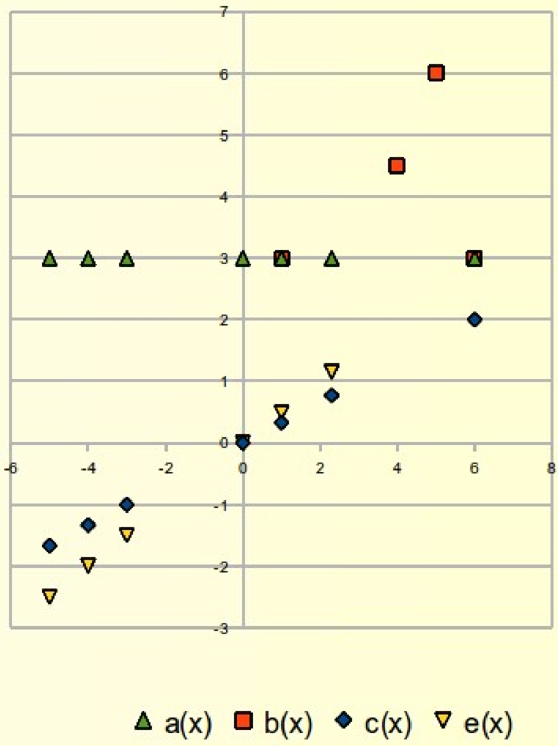
Vynesení konkrétního bodu odpovídajícího funkci znamená najít jeho obraz na ose x, jeho obraz na ose y a průsečík rovnoběžek s těmito osami procházejícími těmito obrazy.
Pro příklad vezměme funkce z předcházejícího příkladu

Příklad 5:

Grafické znázornění funkce

- Tabulka hodnot

x	-5	-4	-3	0	1	2,3	6
a(x) = 3	3	3	3	3	3	3	3
b(x)	3			4,5	6	3	
c(x) = x/3	-5/3	-4/3	-1	0	1/3	2,3/3	2
e(x)=0,5*x	-5/2	-2	-3/2	0	1/2	2,3/2	3



- Někdy lze body proložit přímku, někdy křivku

Průsečíky grafu funkce s osami

Průsečíky grafu s osami jsou velmi významné body. Všeobecně mají body na ose x y-ovou souřadnici 0 a x-ovou libovolnou – X[x; 0].Body na ose y x-ovou souřadnici 0 a y-ovou libovolnou – Y[0; y].
A nyní se na některé funkce podíváme podrobněji.

Konstantní funkce

$y = k$, kde k je libovolné reálné číslo
Definičním oborem této funkce může být celá množina reálných čísel (nebo její libovolná podmnožina), protože ať zvolím x jakékoliv, předpis přiřadí y jedno konkrétní reálné číslo k, které je samo oborem hodnot této funkce.
Grafem je přímka, rovnoběžná s osou x, kde y = k (podle funkčního předpisu)

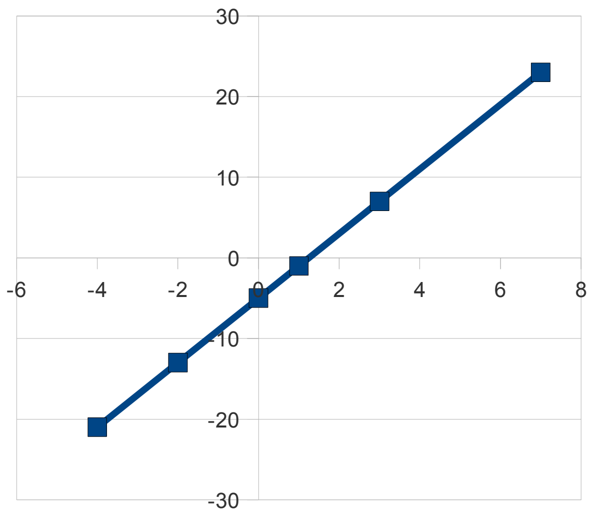
Příklad 6:

$y=4\cdot x-5$

Tabulka

x	-4	-2	0	1	3	7
y	-21	-13	-5	-1	7	23

Graf



Jaký je definiční obor, obor hodnot, průsečíky s osami?

Příklad 7:

$y=-3\cdot x+2$

Lineární funkce

$y=a\cdot x+b$, kde a je libovolné reálné číslo kromě nuly (protože pro a=0 se jedná o konstatní funkci) a b je libovolné reálné číslo

Definičním oborem této funkce může být celá množina reálných čísel (nebo její libovolná podmnožina), protože v předpisu mohu zvolit za x jakékoliv číslo a předpis přiřadí y jeho a-násobek zvětšený o číslo b.

Oborem hodnot je množina reálných čísel (nebo její podmnožina v závislosti na definičním oboru).

Vlastnosti lineárních funkcí

Vlastnosti lineárních funkcí, vliv parametrů a a b v předpisu $y=a\cdot x+b$ se dá nejlépe vyzkoušet na následujícím příkladu:

Parametr b má vliv na posun funkce na ose y, jeho hodnota přímo udává průsečík grafu funkce s osou y.

Parametr a má vliv na sklon grafu funkce, pro kladné a je y (funkční hodnota) se zvyšujícím se (rostoucím) x také zvyšující se (rostoucí) a pro záporné a je y se zvyšujícím se x zmenšující se (klesající).

Závěr:

Pro kladné a říkáme, že funkce je rostoucí, a pro záporné a říkáme, že funkce je klesající.

Průsečíky grafu lineární funkce s osami

Průsečíky grafu s osami jsou velmi významné body. Všeobecně mají body na ose x y-ovou souřadnici 0 a x-ovou libovolnou – X[x; 0], v předpisu y = a * x + b bude y = 0, tedy 0 = a* x + b, průsečík s osou x je X[-b/a; 0].

Body na ose y x-ovou souřadnici 0 a y-ovou libovolnou – Y[0; y], v předpisu y = a * x + b bude x = 0, tedy y = b, průsečík s osou y je Y[0; b].