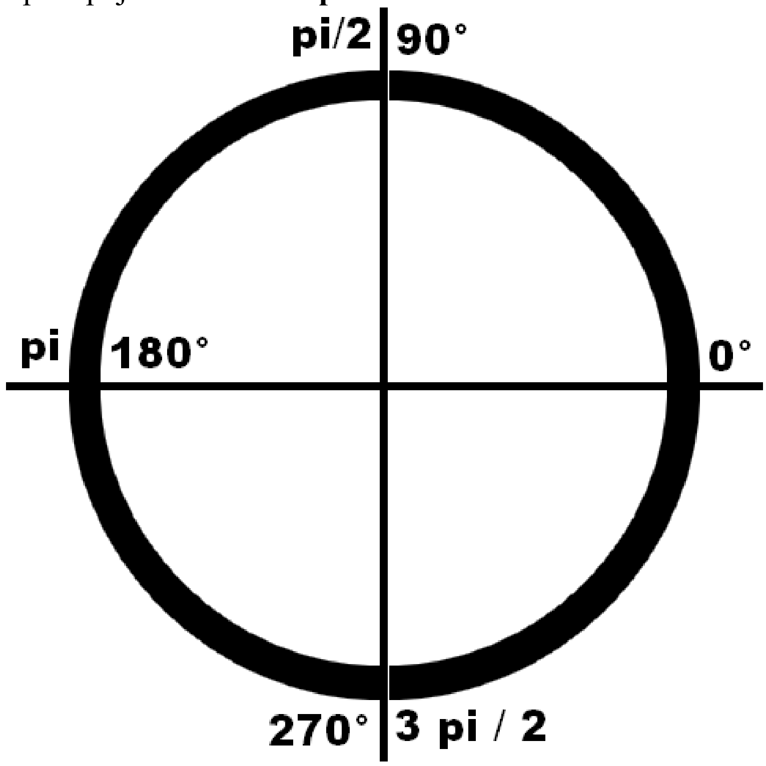
Goniometrické funkce na střední škole

Zatímco na základní škole se mluví o goniometrických funkcích (sin, cos, tg, cotg) jako o poměrech stran pravoúhlého trojúhelníku, úplně přesně se zavádí na vysoké škole jako součty nekonečných řad. Na střední škole – jako jakýsi mezistupeň – jde o pomocné zavedení pomocí jednotkové kružnice. Tím se – na jedné straně vyhneme složitosti – na druhé straně trochu míchá goniometrická funkce jako funkce a jako vyjádření vlastností úhlů větších než 90°.

Jednotková kružnice

Zavádí se pro definici goniometrických funkcí i pro spojení úhlů ve **stupňové míře** a **obloukové míře** a zobrazení reálných čísel na kružnici.



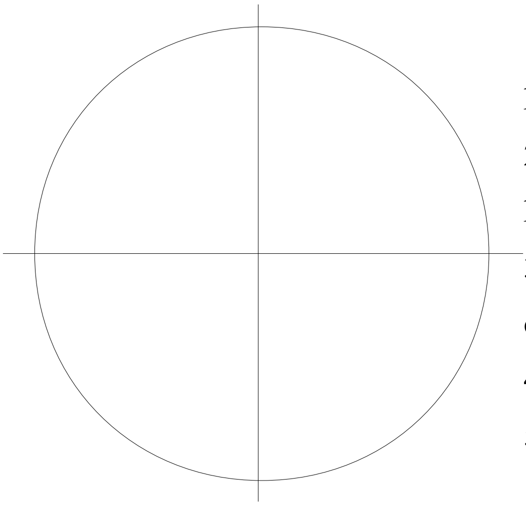
Kružnice má poloměr jedna (proto jednotková kružnice). Úhly se počítají od hodnoty nula v protisměru hodinových ručiček. Protože známe vzorec pro obvod kružnice ($o=2\cdot\pi\cdot r$), víme, že úhel ve stupňové míře odpovídá úhlu v obloukové míře (délce oblouku):

$$360° = 2\cdot\pi$$
$$180° = \pi$$
$$\frac{\alpha}{180°} = \frac{x}{\pi}$$
$$\alpha = \frac{x}{\pi}\cdot 180°$$
$$x = \frac{\alpha}{180°}\cdot\pi$$

Úhly větší než 360° se tak dají zobrazit jako úhel mezi 0°–360° a celý (v tomto případě kladný) násobek 360°, úhly záporné jako kladný úhel mezi 0°–360° a celý násobek (v tomto případě záporný) 360°.
Pro čísla platí to samé – číslo mezi $0-2\cdot\pi$ a celý násobek $2\cdot\pi$.
Oblouková míra tak čísla zařazuje mezi násobky π . Úhel o velikosti 1 radián (jednotka úhlové míry) odpovídá délce oblouku, která je stejná, rovna, poloměru kružnice, z níž je oblouk vzat. Ve stupňové míře oblouku o délce jedna odpovídá úhel 57,2957795131°
Na jednotkové kružnici (podobně jako v kartézské soustavě souřadnic) říkáme:

1. kvadrant	0°–90°	0– $\frac{\pi}{2}$
2. kvadrant	90°–180°	$\frac{\pi}{2}-\pi$
3. kvadrant	180°–270°	$\pi-\frac{3\pi}{2}$
4. kvadrant	270°–360°	$\frac{3\pi}{2}-2\pi$

Všechna ostatní čísla a všechny ostatní čísla dokážeme na jednotkové kružnici zobrazit podle dříve uvedeného postupu: Úhel/číslo je bod na jednotkové kružnici, kde:
Úhel na jednotkové kružnici: počáteční rameno je určeno polopřímkou začínající ve středu kružnice a procházející bodem 0°, druhé rameno je určeno polopřímkou začínající ve středu kružnice a procházející bodem na jednotkové kružnici.
Číslo na jednotkové kružnici: délka oblouku na kružnici počínaje bodem 0.
Stejná místa na jednotkové kružnici a určité úhly/Čísla větší než 360°/ 2π a menší než 0°/0 se tak liší jen o celé násobky 360°/ 2π .



1) Na jednotkové kružnici zobrazte číslo $\frac{1}{2}\pi$ a napište jiné číslo, které se zobrazí na jednotkové kružnici na stejném místě.

2) Na jednotkové kružnici zobrazte číslo $\frac{5}{4}\pi$ a napište jiné číslo, které se zobrazí na jednotkové kružnici na stejném místě.

3) Na jednotkové kružnici zobrazte číslo $-\frac{1}{3}\pi$ a napište jiné číslo, které se zobrazí na jednotkové kružnici na stejném místě.

4) Na jednotkové kružnici zobrazte čísla $\frac{7}{4}\pi\,;\frac{14}{3}\pi\,;\frac{17}{6}\pi$

5) Na jednotkové kružnici zobrazte čísla

$$-\frac{2}{3}\pi\,;-\frac{5}{4}\pi\,;-\frac{19}{2}\pi\,;-\frac{15}{3}\pi\,;-\frac{20}{3}\pi$$