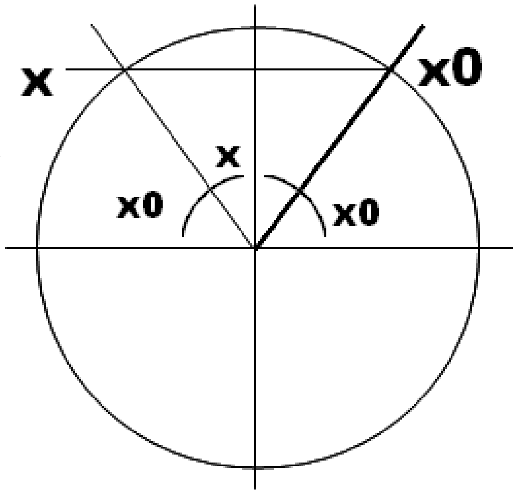
Převod úhlů (čísel) mezi kvadranty



2. kvadrant

Všechny úhly v 2. kvadrantu mají svůj „obraz“ („vzor“) v 1. kvadrantu. Jejich součet je 180°; součet odpovídajících zobrazených čísel je π . Platí $x+x_0=\pi$. Pak $x=\pi-x_0$ a $x_0=\pi-x$.
Pro goniometrické funkce platí:

$\sin x=\sin(\pi-x_0)=\sin x_0$
$\cos x=\cos(\pi-x_0)=-\cos x_0$ - cosinus je v 2. kvadrantu záporný
$tg\ x=tg(\pi-x_0)=-tg\ x_0$
$cotg\ x=cotg(\pi-x_0)=-cotg\ x_0$

3. kvadrant

Všechny úhly v 3. kvadrantu mají svůj „obraz“ („vzor“) v 1. kvadrantu. Jejich absolutní rozdíl je 180°; absolutní rozdíl odpovídajících zobrazených čísel je π . Platí $x-x_0=\pi$. Pak $x=\pi+x_0$ a $x_0=x-\pi$.
Pro goniometrické funkce platí:

$\sin x=\sin(\pi+x_0)=-\sin x_0$ - sinus je v 3. kvadrantu záporný
$\cos x=\cos(\pi+x_0)=-\cos x_0$ - cosinus je v 3. kvadrantu záporný
$tg\ x=tg(\pi+x_0)=tg\ x_0$
$cotg\ x=cotg(\pi+x_0)=cotg\ x_0$

4. kvadrant

Všechny úhly v 4. kvadrantu mají svůj „obraz“ („vzor“) v 1. kvadrantu. Jejich součet je 360°; součet odpovídajících zobrazených čísel je $2\cdot\pi$. Platí $x+x_0=2\cdot\pi$. Pak $x=2\cdot\pi-x_0$ a $x_0=2\cdot\pi-x$.
Pro goniometrické funkce platí:

$\sin x=\sin(2\cdot\pi-x_0)=-\sin x_0$ - sinus je v 4. kvadrantu záporný
$\cos x=\cos(2\cdot\pi-x_0)=\cos x_0$
$tg\ x=tg(2\cdot\pi-x_0)=-tg\ x_0$
$cotg\ x=cotg(2\cdot\pi-x_0)=-cotg\ x_0$

Další vlastnosti goniometrických funkcí

Hodnoty sin a cos jsou odvěsny v pravoúhlém trojúhelníku zobrazení čísla na jednotkové kružnici, kde přepona má hodnotu 1, proto $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ nebo, chcete-li, $(\sin x)^2+(\cos x)^2=1$.

Hodnoty tg a cotg jsou vůči sobě převrácená čísla, navíc $tg\ x=\frac{\sin x}{\cos x}$ a $cotg\ x=\frac{\cos x}{\sin x}$, proto $tg\ x\cdot cotg\ x=1$.

Závěr

Určení hodnot goniometrických funkcí

Známe-li číslo, dokážeme z tabulek nebo kalkulačky určit hodnoty sin, cos, tg a cotg následujícím způsobem:

1) Číslo zobrazíme na jednotkové kružnici
2) Podle kvadrantu zjistíme znamínko goniometrické funkce
3) Převedeme číslo do 1. kvadrantu a z tabulek/kalkulačky určíme hodnotu příslušné goniometrické funkce
4) Spojíme znamínko a hodnotu

Příklad 1:

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro číslo $\frac{5\cdot\pi}{6}$:

Řešení:

ad 1) Číslo je na jednotkové kružnici v 2. kvadrantu

ad 2) sinus je kladný, cosinus záporný, tg i cotg záporný

ad 3) $\frac{5\cdot\pi}{6}$ odpovídá $\pi-\frac{5\cdot\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$; $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}; \cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}; tg\,\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}; cotg\,\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$

ad 4) $\sin\frac{5\cdot\pi}{6}=\frac{1}{2}$; $\cos\frac{5\cdot\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $tg\,\frac{5\cdot\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $cotg\,\frac{5\cdot\pi}{6}=-\sqrt{3}$

Příklad 2:

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro číslo $\frac{23\cdot\pi}{3}$:

Řešení:

ad 1) $\frac{23\cdot\pi}{3}=3\cdot\frac{6}{3}\cdot\pi+\frac{5}{3}\cdot\pi$ Číslo je na jednotkové kružnici ve 4. kvadrantu

ad 2) sinus je záporný, cosinus kladný, tg i cotg záporný

ad 3) $\frac{5\cdot\pi}{3}$ odpovídá $2\cdot\pi-\frac{5\cdot\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$; $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}; tg\,\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}; cotg\,\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

ad 4) $\sin\frac{5\cdot\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\frac{5\cdot\pi}{3}=\frac{1}{2}$; $tg\,\frac{5\cdot\pi}{3}=-\sqrt{3}$; $cotg\,\frac{5\cdot\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Příklad 3:

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro číslo $-\frac{19\cdot\pi}{4}$:

Řešení:

ad 1) $-\frac{19\cdot\pi}{4}=-3\cdot\frac{8}{4}\cdot\pi+\frac{5}{4}\cdot\pi$ Číslo je na jednotkové kružnici ve 3. kvadrantu

ad 2) sinus je záporný, cosinus záporný, tg i cotg kladný

ad 3) $\frac{5\cdot\pi}{4}$ odpovídá $\frac{5\cdot\pi}{4}-\pi=\frac{\pi}{4}$; $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}; \cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}; tg\,\frac{\pi}{4}=1; cotg\,\frac{\pi}{4}=1$

ad 4) $\sin\frac{5\cdot\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\frac{5\cdot\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $tg\,\frac{5\cdot\pi}{4}=-1$; $cotg\,\frac{5\cdot\pi}{4}=-1$

Příklad 4:

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro číslo 17 :

Řešení:

ad 1) $17=4\cdot\pi+4{,}4336293856408270461494264668 82$ Číslo je na jednotkové kružnici ve 3. kvadrantu

ad 2) sinus je záporný, cosinus záporný, tg i cotg kladný

ad 3) 4,433629385640827046149426466882 odpovídá

$4{,}433629385640827046149426466882-\pi=1{,}292036732051033807686783083 6025$;

$\sin 1{,}2920367320510338076867830836025=0{,}96139749187955685726163694486902$

$\cos 1{,}2920367320510338076867830836025=0{,}27516333805159692222034265655233$

$tg\, 1{,}2920367320510338076867830836025=3{,}4939156454748399783463642909076$

$cotg\, 1{,}2920367320510338076867830836025=0{,}28621183264546021390397833481935$

ad 4)

$\sin 1{,}2920367320510338076867830836025 = -0{,}9613974918795568572616369448690 2$
$\cos 1{,}2920367320510338076867830836025 = -0{,}2751633380515969222203426565523 3$
$tg\ 1{,}2920367320510338076867830836025 = 3{,}4939156454748399783463642909076$
$cotg\ 1{,}2920367320510338076867830836025 = 0{,}2862118326454602139039783348193 5$

Samozřejmě stačí zaokrouhlit na dvě desetinná místa

Příklad 5:

Určete ostatní hodnoty goniometrických funkcí, platí-li $\sin x = \frac{12}{13}\ ;\ x \in \left(\frac{\pi}{2}\ ;\ \pi\right)$

Řešení:

$$(\cos x)^2 + \sin^2 = 1 \Rightarrow \cos x = \sqrt{(1 - \sin^2 x)} = \sqrt{\left(1 - \frac{144}{169}\right)} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

jde o 2. kvadrant, proto je cosinus záporný => $\cos x = -\frac{5}{13}$

$$tg\ x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5} \qquad cotg\ x = \frac{1}{tg\ x} = \frac{5}{12}$$