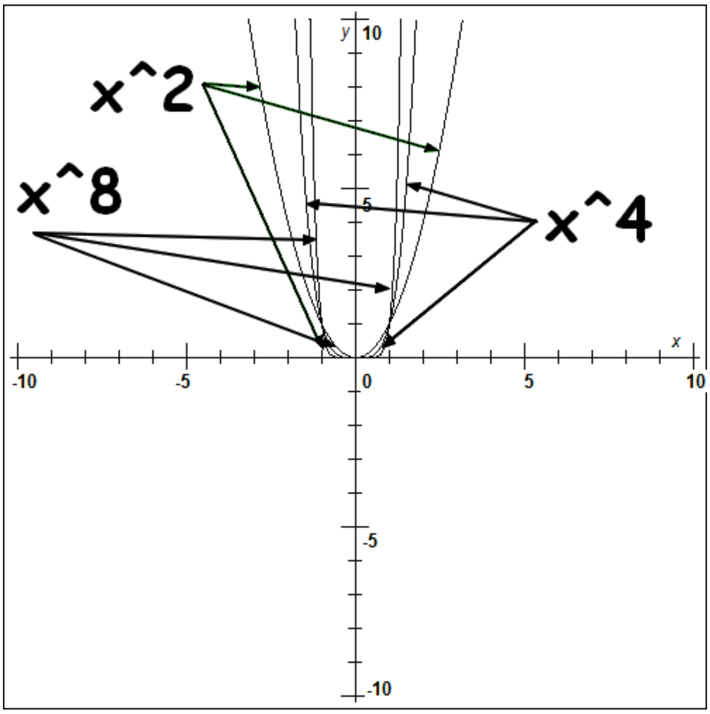
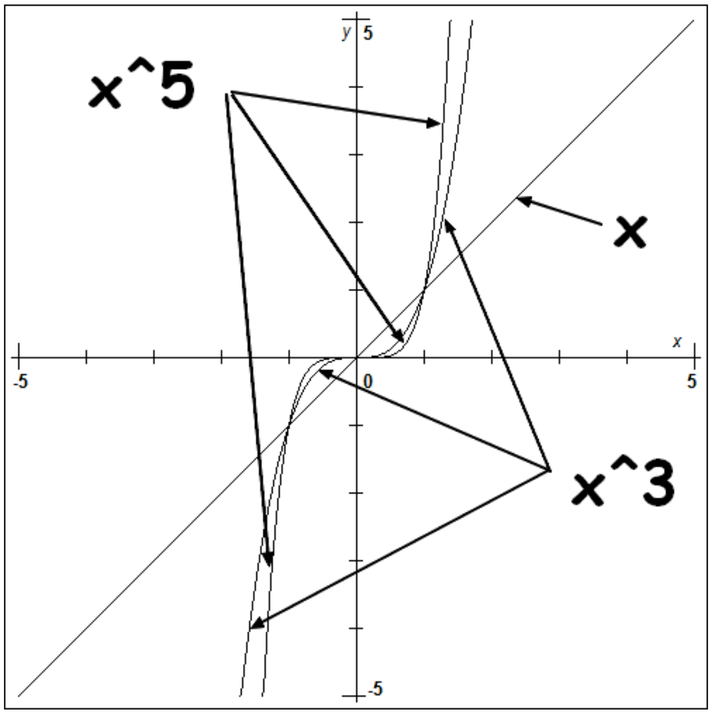
Mocninné funkce

Všechny funkce tvaru $y=x^n$, kde $n\in\mathbb{N}$, nazýváme mocninné funkce.
všechny mají $D_f=\mathbb{R}$.
Je-li n sudé číslo, jsou funkce sudé, mají $H_f=\langle 0;\infty)$. Jsou pro $x\in(-\infty;0\rangle$ klesající, pro $x\in\langle 0;\infty)$.
Je-li n liché číslo, jsou funkce liché, mají $H_f=\mathbb{R}$. Jsou v celém definičním oboru rostoucí.





A co se bude dít, když se funkce změní na $y=a\cdot x^n+b$?
Parametr $a>0$ znamená rostoucí funkci (liché n) nebo vrchol dole (sudé n),
pro $a>1$ bude graf užší, pro $0<a<1$ bude graf širší.
Parametr $a<0$ znamená klesající funkci (liché n) nebo vrchol nahoře (sudé n),
pro $a<-1$ bude graf užší, pro $0>a>-1$ bude graf širší.

Nepřímá úměrnost

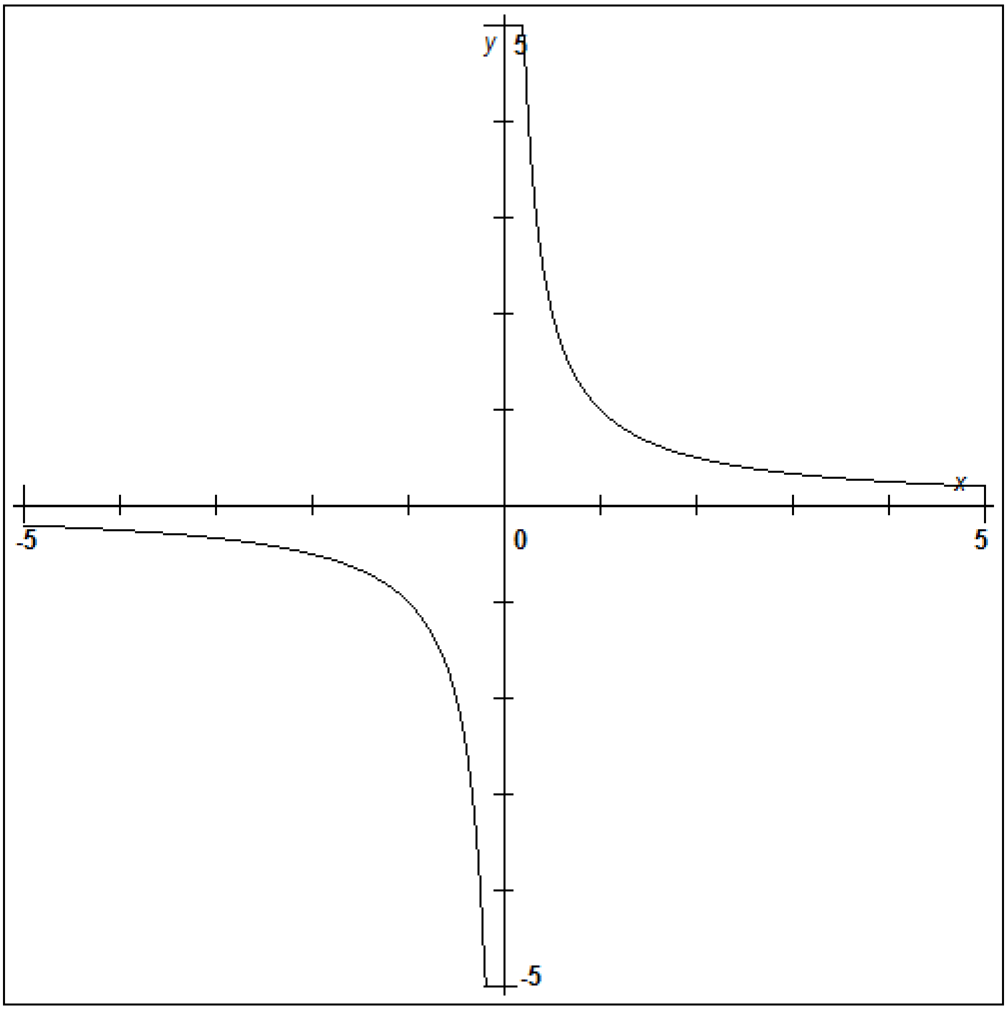
Funkce s předpisem $y=\frac{1}{x}$ má $D_f=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Pro x=0 hodnota není definována, budou-li x kladná, blízká nule, funkční hodnota roste, pro x záporná, blízká nule, funkční hodnota klesá.

Z tabulky můžeme odhadnout graf:

x	-4	-3	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{2}$	-1	-2	-4	-8	-	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Graf se nazývá hyperbola. Skládá se ze dvou větví, obě klesají.

Obor hodnot je $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, hodnoty y=0 není možné dosáhnout. Průsečíky tím pádem tato funkce nemá.



Jak bude vypadat funkce $y=\frac{k}{x}$ *?*

Pro $k>0$ větve budou ve stejných částech soustavy souřadnic (první a třetí kvadrant), pro $k<0$ se větve (protože předchozí hodnoty budou mít opačné znamínko) prohodí do druhého a čtvrtého kvadrantu.
Pro $k>1$ nebo $k<-1$ se větve „oddálí“ od os, pro $-1<0<1$ se větve „přiblíží“ k osám.

Jak bude vypadat funkce $y=\frac{1}{x}+q$ *?*

Celý graf se posune o q , je-li $q>0$, pak se posune nahoru, je-li $q<0$, posune se dolů, obor hodnot bude $\mathbb{R}\setminus\{q\}$.

Jak bude vypadat funkce $y=\frac{1}{x-p}$ *?*

Bude mít $D_f=\mathbb{R}\setminus\{p\}$. To znamená, že je-li $p>0$, posouvá se původní graf doprava, je-li $p<0$, posouvá se graf doleva.

A jak obecně funkce $y=\frac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}$ *?*

Takovou funkci musíme (a umíme) převést na tvar $y=\frac{k}{x-p}+q$, což znamená obecně rozložit čitatel na násobek jmenovatele a číselný zbytek.

$\frac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}=\frac{\frac{a}{c}\cdot(c\cdot x+d)}{c\cdot x+d}+\frac{b-\frac{a\cdot d}{c}}{c\cdot x+d}=\frac{a}{c}+\frac{b-\frac{a\cdot d}{c}}{c\cdot x+d}=\frac{a}{c}+\frac{\frac{b}{c}-\frac{a\cdot d}{c^2}}{x+\frac{d}{c}}$, což znamená, že univerzálně

$$k=\frac{b}{c}-\frac{a\cdot d}{c^2} \quad , \quad p=\frac{-d}{c} \quad , \quad q=\frac{a}{c}$$

Konkrétně:

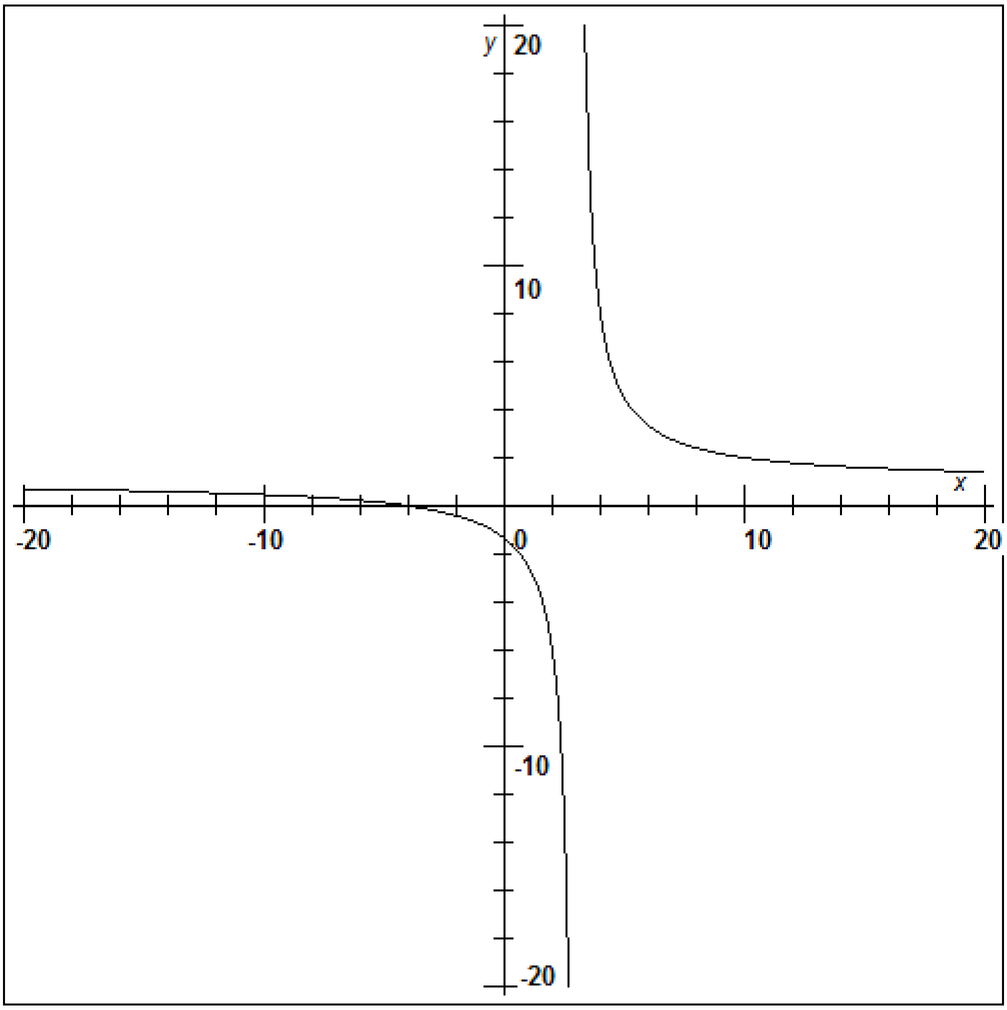
Příklad 1:

$$y=\frac{x+4}{x-3}$$

$$D_f=\mathbb{R}\setminus\{3\} \quad ; \quad Y\left[0\,;-\frac{4}{3}\right] \quad ; \quad X[-4\,;0]$$

$$y=\frac{x+4}{x-3}=\frac{x-3+4+3}{x-3}=\frac{x-3}{x-3}+\frac{7}{x-3}=1+\frac{7}{x-3}$$

Je to funkce $y=\frac{7}{x}$ posunutá o 1 nahoru a 3 doprava. Je klesající pro $(-\infty\,;3)\cup(3\,;\infty)$



Příklad 2:

$$y=\frac{5\cdot x+3}{x+2}$$

$D_f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$; $Y\left[\frac{3}{2};0\right]$; X $\left[0;-\frac{3}{5}\right]$

$$y=\frac{5\cdot x+3}{x+2}=\frac{5\cdot(x+2)-10+3}{x+2}=5-\frac{7}{x+2}$$

Je to funkce $y=\frac{-7}{x}$ posunutá o 5 nahoru a 2 doleva. Je rostoucí pro $(-\infty;-2)\cup(-2;\infty)$